



**Nuno Alexandre
Peixoto Silva**

**Geração de Pares de Fótons em Fibras Ópticas
Através da Mistura de Quatro Ondas**



**Nuno Alexandre
Peixoto Silva**

**Geração de Pares de Fótons em Fibras Ópticas
Através da Mistura de Quatro Ondas**

dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Física, realizada sob a orientação científica do Dr. Armando Nolasco Pinto, Professor Auxiliar do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro e Investigador do Instituto de Telecomunicações de Aveiro, e do Dr. Paulo Sérgio de Brito André, Professor Auxiliar do Departamento de Física da Universidade de Aveiro e Investigador Auxiliar do Instituto de Telecomunicações de Aveiro.

Aos meus pais.
Ao meu irmão.
À minha namorada, Joana.

o júri

presidente

Prof. Dr. Armando José Trindade das Neves

Professor Associado do Departamento de Física da Universidade de Aveiro

Prof. Dr. Henrique José Almeida da Silva

Professor Associado da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra

Prof. Dr. Armando Humberto Moreira Nolasco Pinto

Professor Auxiliar do Departamento de Electrónica Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro

Prof. Dr. Paulo Sérgio de Brito André

Professor Auxiliar Convidado do Departamento de Física da Universidade de Aveiro

agradecimentos

O trabalho apresentado nesta dissertação teve o contributo de várias pessoas e instituições. Gostaria de agradecer ao Professor Doutor Armando Nolasco Pinto e ao Professor Doutor Paulo André pela cooperação e conselhos dados ao longo do trabalho realizado. Aos dois agradeço o apoio dado durante a elaboração e escrita desta dissertação, assim como na análise, discussão e interpretação dos resultados apresentados.

Ao meu colega e amigo Nelson Muga, pelas inúmeras discussões científicas que mantivemos e que se revelaram de grande importância.

Gostaria ainda de agradecer às instituições: Universidade de Aveiro e Instituto de Telecomunicações - pólo de Aveiro, onde dispus das condições necessárias para a realização do trabalho apresentado nesta dissertação. A referir o Instituto de Telecomunicações que através dos projectos "QUANTUM - Quantum Effects in High-Speed Optical Communication Systems" e "QuantTel - Quantum Secure Telecommunications" me financiou como Bolseiro de Investigação.

palavras-chave

Fibras ópticas, óptica não linear, mistura de quatro ondas, polarização em fibras ópticas

resumo

Nesta dissertação, o processo de mistura de quatro ondas em fibras ópticas num regime de baixas potências é estudado do ponto de vista teórico e experimental. Apresenta-se uma descrição matemática detalhada do processo de mistura de quatro ondas em fibras ópticas. A partir da equação não linear de Schrödinger são derivadas e resolvidas as equações acopladas para as amplitudes complexas do campo eléctrico. Desenvolve-se ainda um modelo teórico capaz de descrever a influência dos efeitos não lineares e da polarização na eficiência do processo de mistura de quatro ondas.

Os vários resultados teóricos obtidos nesta dissertação são confrontados com os dados experimentais. Os resultados mostram a necessidade de considerar-se a contribuição não linear e os efeitos da polarização na eficiência do processo de mistura de quatro ondas para uma descrição rigorosa da geração de pares de fótons em fibras ópticas pela mistura de quatro ondas num regime de baixas potências.

keywords

Optical fibers, nonlinear optics, four-wave mixing, fiber optics polarization

abstract

In this thesis the four wave mixing process in optical fibers in a low power regime is studied both theoretically and experimentally. We present an analytical model of the four-wave mixing process in optical fibers. From the nonlinear Schrödinger equation we derive and solve the coupled-equations for the electrical field complex amplitudes. We also develop a theoretical model for describe the nonlinear and polarization effects in the efficiency of the four-wave mixing process.

The theoretical results presented in this thesis are confronted with the experimental data. The results shows the need of considering both nonlinear and polarization dependent effects in order to obtain an accurate description of the photon pairs generation in optical fibers through four-wave mixing process in a low power regime.

Conteúdo

<i>o júri</i>	vii
<i>agradecimentos</i>	ix
<i>resumo</i>	xi
<i>abstract</i>	xiii
Lista de Acrónimos	xvii
Lista de Símbolos	xviii
Lista de Figuras	xxi
1 Introdução	1
1.1 Mistura de quatro ondas em fibras ópticas	2
1.2 Motivação e objectivos	4
1.3 Estrutura da dissertação	4
1.4 Principais contribuições	5
2 O processo de mistura de quatro ondas em fibras ópticas	6
2.1 Descrição experimental	6
2.1.1 Emissão	8
2.1.2 Geração do sinal sombra	9
2.1.3 Filtragem	11
2.1.4 Detecção	12
2.2 Descrição teórica do processo de mistura de quatro ondas em fibras ópticas	13
2.2.1 Acordo de fase em fibras ópticas monomodo	13
2.2.2 Descrição teórica e resultados experimentais	15
2.3 Discussão dos resultados	18
3 Contribuição não linear para a eficiência do processo de mistura de quatro ondas	19
3.1 Propriedades não lineares das fibras ópticas: Descrição matemática	19
3.1.1 Polarização eléctrica induzida no meio de propagação	20
3.1.2 Equação não linear de Schrödinger	21
3.2 Contribuição não linear para a eficiência do processo de mistura de quatro ondas	24
3.2.1 Evolução da amplitude complexa do campo eléctrico do sinal óptico e do sinal sombra	26

3.2.2	Contribuição do acordo de fase e da atenuação para a variação das amplitudes complexas do sinal óptico e do sinal sombra	28
3.2.3	Comparação entre os valores experimentais e os resultados teóricos	31
3.3	Discussão dos resultados	34
4	Efeitos da polarização no processo de mistura de quatro ondas	35
4.1	Introdução	35
4.2	Influência dos efeitos da polarização na potência óptica do sinal sombra	36
4.3	Discussão dos resultados	41
5	Conclusões e trabalho futuro	43
5.1	Futuros aspectos a analisar	45
	Bibliografia	46

Lista de Acrónimos

Acrónimo	Designação em português	Designação em inglês
APD	fotodíodo de avalanche	avalanche photodiode
CW	sinal em contínuo	continuous wave
DFB	realimentação distribuída (laser)	distributed feed back
DGD	atraso de grupo diferencial	differential group delay
DSF	fibra de dispersão deslocada	dispersion shifted fiber
FBG	rede de Bragg gravada em fibra óptica	fiber Bragg grating
FWM	mistura de quatro ondas	four-wave mixing
GD	atraso de grupo	group delay
GVD	dispersão da velocidade de grupo	group velocity dispersion
NLSE	equação não linear de Schrödinger	nonlinear Schrödinger equation
ONA	optical network analyzer	analizador de redes ópticas
PC	controlador de polarização	polarization control
PMD	dispersão dos modos de polarização	polarization mode dispersion
PSP	estados principais de polarização	principal states of polarization
SBS	espalhamento estimulado de Brillouin	stimulated Brillouin scattering
SPM	auto modulação de fase	self-phase modulation
SRS	espalhamento estimulado de Raman	stimulated Raman scattering
SVEA	aproximação da variação lenta da envolvente	slowly varying envelope approximation
TLS	fonte de luz laser sintonizável	tunable laser source
XPM	modulação cruzada de fase	cross-phase modulation

Lista de Símbolos

Símbolo

$A(z, \omega)$	envolvente do campo eléctrico em função da distância e da frequência
$A(z, t)$	envolvente do campo eléctrico em função da distância e do tempo
A_{eff}	área efectiva da fibra óptica
α	constante de atenuação
α_d	atenuação desde o fim da fibra até à entrada do detector
$\overleftrightarrow{\mathbf{B}}$	tensor birrefringência
β_m	derivada de ordem m da constante de propagação relativamente à frequência, na frequência ω_j
$\beta(\omega_j)$	constante de propagação para a frequência angular da portadora j
c	velocidade da luz no vácuo
$\chi^{(d)}$	susceptibilidade eléctrica de ordem d
χ_0	magnitude da susceptibilidade eléctrica de terceira ordem
$D_c(\omega)$	dispersão cromática
δ	dispersão na magnitude das não linearidades
δ_{ij}	delta de Kronecker
$\delta(\tau)$	delta de Dirac
$\Delta\beta$	acordo de fase
$\Delta\omega_{PSP}$	largura de banda dos PSP
$< \Delta\tau >$	atraso de grupo diferencial médio
$\Delta\tau_g$	diferença entre o atraso de grupo do sinal de bombeamento óptico e do sinal óptico (ou sinal sombra)
\mathbf{E}	vector campo eléctrico
ϵ_0	permitividade eléctrica no vácuo
$\overleftrightarrow{\epsilon}$	tensor dieléctrico
η	eficiência
F^*	complexo conjugado de F

$F_i(x, y, \omega)$	distribuição espacial dos modos da fibra óptica
$\tilde{\mathbf{G}}(r, \omega)$	transformada de Fourier do campo eléctrico ou da polarização eléctrica não linear induzida
f_E	fracção da contribuição electrónica para a função de resposta não linear de terceira ordem
ϕ_{NL}	fase não linear
f_R	contribuição da resposta de Raman isotrópica e anisotrópica para o índice de refração não linear
γ	coeficiente não linear
γ_{eff}	coeficiente não linear efectivo
h	constante de Planck
\hbar	constante de Planck dividida por 2π
\overleftrightarrow{I}	matriz unitária
\mathbf{j}	vector densidade de corrente
\mathbf{k}_j	vector momento
k	coeficiente de ganho paramétrico
L	comprimento da fibra óptica
λ	comprimento de onda
λ_0	comprimento de onda com dispersão nula
L_{eff}	comprimento efectivo da fibra óptica
λ_i	comprimento de onda do sinal sombra
λ_p	comprimento de onda do sinal de bombeamento óptico
λ_s	comprimento de onda do sinal óptico
L_W	comprimento de interacção entre dois impulsos centrados em diferentes comprimentos de onda
μ_0	permeabilidade magnética no vácuo
n	índice de refração
\bar{n}	número médio de fótons
n_0	índice de refração linear
n_2	índice de refração não linear
N_i	constante de normalização da envolvente do campo eléctrico
Ω_m	diferença entre a frequência da portadora m e ω_0
\mathbf{P}	vector polarização induzida
P	potência óptica
$\mathbf{P}^{(d)}$	vector polarização induzida de ordem d

P_{dc}	probabilidade de falsas contagens
P_i	potência óptica do sinal sombra
\mathbf{P}_L	componente linear do vector polarização induzida
\mathbf{P}_{NL}	componente não linear do vector polarização induzida
P_p	potência óptica do sinal de bombeamento óptico
\bar{P}_p	potência óptica do sinal de bombeamento óptico média ao longo do percurso na fibra óptica
P_{ds}	probabilidade de detecção dos fótons
$R_{ijkl}^{(3)}(\tau)$	função de resposta não linear de terceira ordem
$R_a(\tau)$	função de resposta isotrópica de Raman
$R_b(\tau)$	função de resposta anisotrópica de Raman
ρ	densidade volúmica de carga
$S(\omega)$	dispersão diferencial
t	variável temporal
T_0	largura temporal do impulso óptico
T_g	tempo de medição do detector
v_{ph}	velocidade de fase
v_g	velocidade de grupo
ω	frequência angular
ω_j	frequência angular da portadora j
z	variável espacial

Lista de Figuras

1.1	Descrição do processo de FWM num diagrama de níveis de energia, (a) configuração com um único sinal de bombeamento óptico, (b) configuração com dois sinais de bombeamento óptico.	3
2.1	Esquema experimental utilizado para analisar o sinal sombra gerado através do processo de mistura de quatro ondas. Na figura: “CW-bomba” designa o sinal de bombeamento em modo de sinal contínuo, “CW-sinal” designa o sinal óptico em regime contínuo, “PC” representa controlador de polarização, “mod” representa modulador electro-óptico, “DSF” designa a fibra óptica de dispersão deslocada e “FBG” representa a rede de Bragg gravada em fibra óptica. O esquema experimental aqui apresentado encontra-se dividido em quatro partes distintas: emissão, geração do sinal sombra, filtragem e detecção. Cada uma das partes referidas encontra-se detalhada no texto desta secção. As linhas a tracejado representam percursos eléctricos e as linhas a contínuo representam o percurso óptico.	7
2.2	Variação do atraso de grupo em função do comprimento de onda. Da análise da figura verifica-se que o valor mínimo do atraso de grupo surge para comprimentos de onda da ordem de: $\lambda \approx 1547$ nm.	9
2.3	Variação da dispersão cromática em função do comprimento de onda. Na figura, o ajuste linear permite obter o valor do comprimento de onda para o qual a dispersão cromática é nula, $\lambda_0 \approx 1547.34$ nm. Permite também obter o valor da dispersão diferencial para esse valor de comprimento de onda, $S(\lambda_0) \approx 0.069$ ps/nm ² km.	10
2.4	Atraso de grupo diferencial em função do comprimento de onda. No gráfico representa-se também o valor médio do atraso de grupo diferencial $\langle \Delta\tau \rangle = 0.362$ ps.	11
2.5	Ilustração do esquema co-polarizado para o processo de FWM na configuração com apenas um sinal de bombeamento óptico.	13
2.6	Variação da potência do sinal sombra em função da distância em comprimento de onda entre sinal de bombeamento óptico e o sinal óptico. A comparação entre os resultados experimentais obtidos e o modelo teórico dado pela expressão (2.16) mostra que, em geral, existe uma diferença significativa entre ambos.	17

3.1	Varição da potência do sinal sombra em função da potência do sinal de bombeamento para dois valores diferentes de comprimento de onda do sinal óptico. O comprimento de onda do sinal de bombeamento óptico coincide com o comprimento de onda para o qual a GVD é nula.	31
3.2	Varição da potência do sinal sombra em função da distância em comprimento de onda entre sinal de bombeamento e o sinal óptico. A comparação entre os resultados experimentais obtidos com as equações (2.16) e (3.67) mostra que o modelo teórico dado pela expressão (3.67) descreve melhor os dados experimentais.	32
3.3	Representação da evolução da potência óptica do sinal sombra em função de $P_p(0)$, com $\lambda_p \neq \lambda_0$. O comprimento de onda do sinal óptico varia entre 1543.532 nm e 1545.92 nm e a potência $P_p(0)$ utilizada é dada pela equação (3.72). O modelo teórico representa a equação (3.70), ou seja, a situação $\lambda_p = \lambda_0$	33
4.1	Varição do coeficiente não linear efectivo com a separação em comprimento de onda entre sinal de bombeamento e o sinal óptico. A variação é obtida pelo ajuste da equação (4.1) aos resultados experimentais presentes na Figura 3.2. O coeficiente não linear efectivo, γ_{eff} , é o parâmetro de ajuste. . .	38
4.2	Representação da potência óptica do sinal sombra em função da separação $\lambda_p - \lambda_s$. O modelo teórico é dado pela equação (4.1) para dois valores do coeficiente não linear efectivo: $\gamma_{eff} = \gamma$ e $\gamma_{eff} = 8\gamma/9$	39
4.3	Ajuste analítico do coeficiente não linear efectivo aos resultados experimentais. Da análise efectuada à variação de γ_{eff} em função de $\lambda_p - \lambda_s$, verificou-se que a descrição de γ_{eff} dada por uma função do tipo secante hiperbólica, equação (4.5), representa correctamente essa variação. Na figura $\gamma = 2.36 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$	40
4.4	Representação da variação da potência óptica do sinal sombra em função da separação $\lambda_p - \lambda_s$. A comparação entre os vários modelos teóricos apresentados na dissertação e os dados experimentais permite concluir que a introdução do coeficiente não linear efectivo, expressão (4.5), na equação da potência óptica do sinal sombra, expressão (4.1), reproduz correctamente os resultados experimentais.	41

Capítulo 1

Introdução

FIBRAS ópticas são guias de onda dieléctricos produzidas principalmente a partir de sílica. A diferença entre o índice de refração do núcleo e da bainha numa fibra óptica monomodo permite que a luz fique essencialmente confinada no núcleo. Sendo a área efectiva da fibra óptica monomodo da ordem dos $50 - 80 \mu\text{m}^2$. Devido a este forte confinamento, a intensidade óptica no interior da fibra pode tornar-se muito elevada mesmo para potências moderadas à entrada [1, 2]. Tal intensidade óptica pode provocar movimento anarmónico dos electrões ligados da sílica e, consequentemente, dar origem a uma polarização induzida não linear [2, 3]. Em fibras ópticas, as não linearidades podem ser classificadas em dois tipos: espalhamento estimulado e variação do índice de refração com a intensidade do campo eléctrico [1]. O espalhamento estimulado resulta da interacção das ondas ópticas com as moléculas no interior da fibra, ao passo que a dependência na intensidade por parte do índice de refração resulta, tal como referido, da interacção das ondas ópticas com os electrões ligados da fibra. Como exemplo de processos de primeiro tipo temos o espalhamento estimulado de Raman (SRS - *Stimulated Raman Scattering*), no qual a interacção entre os fotões e a sílica leva a uma transferência de energia de comprimentos de ondas mais curtos para comprimentos de onda mais longos [1]. Temos ainda como exemplo de processos de espalhamento estimulado o espalhamento estimulado de Brillouin (SBS - *Simulated Brillouin Scattering*), que resulta da interacção das ondas ópticas com os fonões acústicos [2].

A variação do índice de refração com a intensidade do campo eléctrico (fenómeno conhecido como efeito de Kerr [2]) dá origem a uma alteração de fase dependente da intensidade do campo óptico. O efeito de Kerr origina fenómenos não lineares tais como a auto modulação de fase (SPM - *Self-Phase Modulation*), a modulação cruzada de fase (XPM - *Cross-Phase Modulation*) e a mistura de quatro ondas (FWM - *Four-Wave Mixing*) [1, 2]. O efeito não linear de SPM resulta da mudança da fase de um sinal induzida pela sua própria potência. Essa

alteração da fase resulta do facto do índice de refração da sílica, n , variar com a potência óptica instantânea, P [1]

$$n = n_0 + n_2 \frac{P}{A_{eff}}, \quad (1.1)$$

onde n_0 representa o índice de refração linear, n_2 designa o índice de refração não linear e A_{eff} simboliza a área efectiva da fibra óptica [1]. Por sua vez, no efeito de XPM a fase de um sinal é modulada pelas flutuações de intensidade óptica de outros sinais ópticos que percorrem a fibra [1]. Por fim, o processo de FWM resulta da interacção entre várias frequências no interior da fibra, interacção essa que origina sinais ópticos com novas frequências [1, 2]. Este processo não linear será analisado com mais detalhe na secção 1.1.

Todos estes efeitos não lineares SRS, SBS, SPM, XPM e FWM representam a família de efeitos não lineares de terceira ordem em fibra ópticas. Notemos que devido à simetria das moléculas de sílica os efeitos não lineares de segunda ordem não são relevantes em fibras ópticas. Os efeitos não lineares de terceira ordem são facilmente observados em fibras ópticas baseadas em sílica pois, como já referido, a área efectiva dessas fibras é relativamente reduzida, e esse facto é acompanhado pelo baixo valor da atenuação nas fibras, o que possibilita o uso de fibras ópticas longas para observar esses fenómenos não lineares, na região espectral dos 1550 nm [2, 4].

1.1 Mistura de quatro ondas em fibras ópticas

O processo estimulado de FWM é um processo não linear, governado pela polarização não linear de terceira ordem. Esse fenómeno não linear ocorre quando luz de duas ou mais frequências são lançadas numa fibra óptica, dando origem a uma nova frequência que não existia no início. As frequências ópticas lançadas na fibra são normalmente designadas por sinal óptico e por sinais (ou sinal) de bombeamento óptico, enquanto que a frequência gerada no interior da fibra é designada por sinal sombra (do inglês *idler*). Ao mesmo tempo que o sinal sombra é gerado, o sinal óptico lançado na fibra é amplificado [2]. A origem deste processo está na resposta não linear dos electrões ligados do material à passagem de um campo óptico. Mais concretamente, a polarização induzida no meio (fibra óptica) é não linear no campo óptico aplicado, essa polarização contém termos não lineares cuja magnitude é governada pela susceptibilidade não linear de terceira ordem, $\chi_{ijkl}^{(3)}$ [2].

O processo de FWM é uma fonte relevante de interferência não linear entre sinais em sistemas de comunicações ópticas, principalmente em sistemas de multiplexagem no comprimento de onda [5]. No entanto, este processo pode ser também utilizado para a implemen-

tação de amplificadores paramétricos em fibra óptica [6–8], conversores de comprimento de onda [7, 9–11] e fontes de fótons únicos e pares de fótons entrelaçados [12–15].

Do ponto de vista físico, no processo de FWM dois fótons das frequências dos sinais de bombeamento óptico lançados na fibra são aniquilados, sendo criados dois novos fótons, de tal forma que a energia e o momento são conservados durante o processo de FWM [2]. Isto significa que no processo de FWM existe uma transferência de energia dos sinais de bombeamento óptico para o sinal óptico e para o sinal sombra, como esquematizado na Figura 1.1 [16].

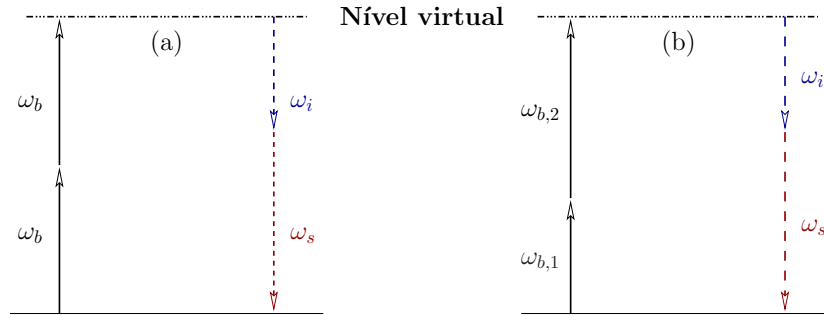


Figura 1.1: Descrição do processo de FWM num diagrama de níveis de energia, (a) configuração com um único sinal de bombeamento óptico, (b) configuração com dois sinais de bombeamento óptico.

Para um campo óptico de frequência ω_j , a energia de um fóton e o momento são respectivamente: $\hbar\omega_j$ e $\hbar\mathbf{k}_j$. A conservação da energia e momento no processo de FWM, representado na Figura 1.1 requer que [2]

$$\omega_{b,1} + \omega_{b,2} = \omega_s + \omega_i, \quad (1.2)$$

$$\mathbf{k}_{b,1} + \mathbf{k}_{b,2} = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i, \quad (1.3)$$

onde $\omega_{b,1}$ e $\omega_{b,2}$ representam as frequências dos sinais de bombeamento, no caso da configuração com dois sinais de bombeamento, Figura 1.1(b), ω_s representa a frequência do sinal óptico e ω_i indica a frequência do sinal sombra. Na configuração com apenas um sinal de bombeamento óptico, Figura 1.1(a), a conservação de energia e momento requer que [2]

$$2\omega_b = \omega_s + \omega_i, \quad (1.4)$$

$$2\mathbf{k}_b = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i, \quad (1.5)$$

onde ω_b representa a frequência do sinal de bombeamento óptico.

Apesar do processo da Figura 1.1(a) representar a interação de apenas três campos ópticos mantém-se a designação de mistura de quatro ondas para diferenciar do processo de segunda

ordem designado por mistura de três ondas.

1.2 Motivação e objectivos

A maior parte do trabalho relacionado com o processo de FWM em fibras ópticas tem sido realizado próximo do zero de dispersão da fibra [17–20], ou então na situação em que o comprimento de onda do sinal óptico encontra-se muito próximo do comprimento de onda do sinal de bombeamento [21]. Nessas condições o acordo de fase é facilmente obtido assim como eficiente geração do sinal sombra e amplificação do sinal óptico [17–20]. Todas essas experiências foram realizadas num regime de elevadas potências ópticas para realçar o efeito do processo de FWM.

Recentemente, o processo de FWM tem sido utilizado em experiências de óptica quântica com o intuito de se obter a partir desse processo fótons únicos e pares de fótons entrelaçados. Esses fótons, únicos e entrelaçados, têm sido utilizados em experiências de criptografia quântica, nomeadamente em experiências de distribuição de chave quântica [16, 22–25]. Quando comparado com outras técnicas de geração de fótons únicos e pares de fótons entrelaçados, o processo de FWM tem a vantagem de gerar os fótons no interior da fibra óptica. Nessas experiências, o processo de FWM é obtido num regime de baixas potências [2, 12, 26]. Nesta dissertação o processo de FWM será analisado do ponto de vista teórico e experimental num regime de baixas potências ópticas. Do ponto de vista teórico, o objectivo principal é desenvolver um modelo capaz de descrever correctamente o processo de FWM num regime de baixas potências ópticas. Os resultados teóricos obtidos devem ser confrontados com os resultados experimentais.

1.3 Estrutura da dissertação

Esta dissertação encontra-se organizada da seguinte forma:

Capítulo 2 - é feita uma descrição da montagem experimental utilizada em ambiente laboratorial, para analisar a geração de uma nova frequência no interior de uma fibra através do processo de FWM no limite de baixas potências ópticas. Descreve-se analiticamente o processo de FWM segundo o modelo proposto por *K. O. Hill* [27] e por *Nori Shibata* [28]. O modelo teórico é comparado aos resultados experimentais. Verifica-se que o modelo referido não descreve adequadamente o processo de FWM num regime de baixas potências ópticas.

Capítulo 3 - o processo de FWM é descrito teoricamente a partir da equação não linear de Schrödinger, obtendo-se as equações que governam a evolução das amplitudes complexas das frequências que se propagam na fibra óptica. Descreve-se teoricamente o impacto das não linearidades na eficiência do processo de mistura de quatro ondas. Considerando o efeito das não linearidades obtém-se uma descrição mais rigorosa do processo de FWM quando o sinal de bombeamento e o sinal óptico encontram-se mais espaçados.

Capítulo 4 - analisa-se a influência dos efeitos da polarização na potência óptica do sinal sombra. Descreve-se um modelo capaz de introduzir esses efeitos no modelo teórico desenvolvido no capítulo 3. Os resultados teóricos apresentados são comparados aos resultados experimentais. Considerando a contribuição não linear e os efeitos da polarização obtém-se uma descrição rigorosa do processo de FWM em fibras ópticas num regime de baixas potências.

Capítulo 5 - apresentam-se as considerações finais acerca dos resultados obtidos nesta dissertação e são apresentadas algumas sugestões de trabalho futuro a desenvolver.

1.4 Principais contribuições

As principais contribuições do trabalho descrito nesta dissertação para o conhecimento da geração de pares de fótons em fibras ópticas através da mistura de quatro ondas, são:

- Descrição matemática e validação experimental da contribuição não linear para a eficiência do processo de FWM num regime de baixas potências ópticas;
- Análise teórica e experimental da influência dos efeitos da polarização na geração do sinal sombra em fibras ópticas através do processo de FWM;
- Estudo do processo de FWM em fibras ópticas para aplicação em sistemas de criptografia quântica, particularmente em experiências de distribuição de chave quântica.

Estes resultados estão detalhadamente descritos nesta dissertação e foram apresentados à comunidade científica através dos seguintes artigos:

- Nuno A. Silva, Nelson J. Muga, and Armando N. Pinto. Four-wave mixing in optical fibers in a low power regime. Submitted to: IEEE Journal of Quantum Electronics, November 2008.
- Armando N. Pinto, and Nuno A. Silva. Quantum optical communication systems. In SEON, Porto, Junho 2008.

Capítulo 2

O processo de mistura de quatro ondas em fibras ópticas

NESTE capítulo o processo de FWM em fibras ópticas na configuração com apenas um sinal de bombeamento, Figura 1.1(a), num regime de baixas potências ópticas é analisado do ponto de vista teórico e experimental.

Na secção 2.1 é feita uma descrição da montagem experimental utilizada em ambiente laboratorial, para analisar a geração de uma nova frequência no interior da fibra. As várias partes que compõem o esquema experimental são descritas individualmente. Apresenta-se ainda a caracterização experimental da fibra óptica utilizada. Esta caracterização é essencial para se comparar os resultados experimentais com o modelo teórico apresentado. Na secção 2.2 apresenta-se o modelo teórico presente na literatura. Os resultados experimentais são confrontados com esse modelo teórico.

2.1 Descrição experimental

Nesta secção descreve-se o esquema experimental. É também caracterizada a fibra óptica por nós utilizada, apresentando-se os parâmetros experimentais que caracterizam a fibra, tais como dispersão cromática (CD - *Chromatic Dispersion*), atraso de grupo (GD - *Group Delay*) e atraso de grupo diferencial (DGD - *Differential Group Delay*).

A montagem experimental utilizada para analisar a geração do sinal sombra, através do processo de FWM no interior de uma fibra óptica, apresenta-se esquematicamente na Figura 2.1. Um esquema idêntico foi aplicado no laboratório para medir a potência óptica do sinal sombra em função da separação em comprimento de onda entre o sinal de bombeamento e o sinal óptico e em função da potência do sinal de bombeamento.

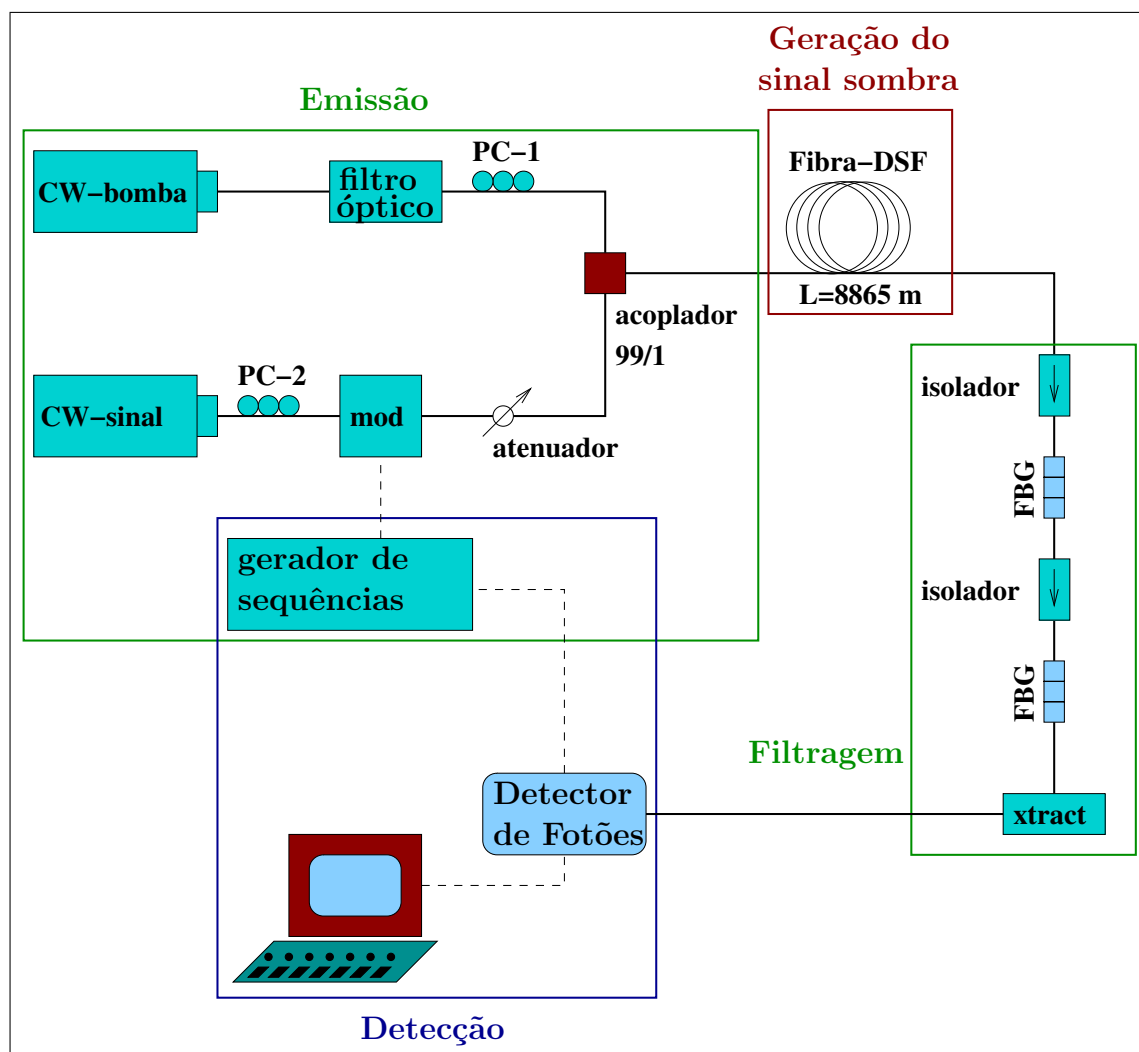


Figura 2.1: Esquema experimental utilizado para analisar o sinal sombra gerado através do processo de mistura de quatro ondas. Na figura: “CW-bomba” designa o sinal de bombeamento em modo de sinal contínuo, “CW-sinal” designa o sinal óptico em regime contínuo, “PC” representa controlador de polarização, “mod” representa modulador electro-óptico, “DSF” designa a fibra óptica de dispersão deslocada e “FBG” representa a rede de Bragg gravada em fibra óptica. O esquema experimental aqui apresentado encontra-se dividido em quatro partes distintas: emissão, geração do sinal sombra, filtragem e detecção. Cada uma das partes referidas encontra-se detalhada no texto desta secção. As linhas a tracejado representam percursos eléctricos e as linhas a contínuo representam o percurso óptico.

A Figura 2.1 representa o esquema experimental utilizado. Nesse esquema, um sinal óptico contínuo passa através de um controlador de polarização (PC - *Polarization Control*) e é modulado externamente, de modo a produzir impulsos ópticos com uma largura temporal de cerca de 1.6 ns, e com uma taxa de repetição de 610.3 kHz. Após o modulador, a potência do sinal óptico é atenuada com o uso de um atenuador óptico variável. À saída do atenuador, um outro sinal óptico, designado por sinal de bombeamento, é acoplado através de um acoplador

de potência 99/1. Os dois feixes ópticos são inseridos numa fibra de dispersão deslocada (DSF - *Dispersion Shifted Fiber*), com comprimento $L = 8865$ m, atenuação $\alpha = 0.2$ dB/km¹ e coeficiente não linear $\gamma = 2.36$ W⁻¹km⁻¹. Devido ao processo de FWM um novo campo óptico é gerado no interior da fibra. Como o sinal óptico é modulado o sinal gerado no interior da fibra também surgirá na forma de impulsos ópticos, com características idênticas ao sinal lançado na fibra, pois o processo de FWM ocorre apenas na presença de pelo menos dois sinais ópticos. A montagem experimental da Figura 2.1 encontra-se dividida em quatro partes distintas e denominadas por: emissão, geração do sinal sombra, filtragem e detecção. Cada uma das partes será analisada individualmente nos próximos tópicos.

2.1.1 Emissão

A parte de emissão representada na Figura 2.1 é composta por dois lasers, um laser de realimentação distribuída (DFB - *Distributed Feed Back*) e um laser sintonizável (TLS - *Tunable Laser Source*), dois controladores de polarização, um filtro óptico, um acoplador de potência 99/1, um modulador electro-óptico e um gerador de sequências. O laser TLS designado por “CW-sinal” na Figura 2.1, representa o sinal óptico e o laser DFB designado por “CW-bomba” na Figura 2.1 simboliza o sinal de bombeamento. Ambos os lasers são utilizados no modo de sinal contínuo. O sinal de bombeamento passa por um filtro óptico, para eliminar o ruído óptico emitido pelo laser e por um controlador de polarização. O controlador de polarização permite ajustar o estado de polarização do sinal de bombeamento ao estado de polarização do sinal óptico de forma a garantir um máximo de potência no sinal sombra há saída da fibra. No acoplador de potência ao sinal de bombeamento é adicionado o sinal óptico. O sinal óptico emitido pelo laser TLS é modulado externamente com recurso a um modulador electro-óptico Mach-Zehnder, de forma a produzir impulsos ópticos com largura temporal de 1.6 ns, e taxa de repetição de 610.3 kHz. À saída do modulador encontra-se um atenuador óptico variável que permite controlar a potência à entrada do acoplador. O acoplador de potência permite a passagem de 99% da potência óptica do sinal de bombeamento e 1% da potência do sinal óptico. Depois do acoplador o sinal óptico foi atenuado em cerca de 18 dB, ao passo que a potência do sinal de bombeamento praticamente não foi alterada, pois sofreu apenas uma atenuação de 0.2 dB. O acoplador de potência juntamente com o atenuador óptico permite obter à entrada da fibra potências extremamente baixas no sinal óptico, e dessa forma garantir que no interior da fibra não ocorrem múltiplos processos

¹ Valor medido experimentalmente no comprimento de onda $\lambda = 1547.34$ nm. O valor da atenuação é obtido a partir da expressão: $\alpha = -(10/L) \log_{10}(P_{out}/P_{in})$, onde P_{out} representa a potência no fim da fibra e P_{in} designa a potência no início da fibra de comprimento L .

de FWM [29–31].

2.1.2 Geração do sinal sombra

O sinal sombra é gerado no interior de uma fibra monomodo de dispersão deslocada, a partir da interacção do sinal óptico e do sinal de bombeamento com a fibra. Como referido anteriormente, a fibra utilizada tem comprimento $L = 8865$ m, atenuação $\alpha = 0.2$ dB/km e $\gamma = 2.36 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$. No entanto, outros parâmetros da fibra óptica influenciam a geração do sinal sombra no interior da fibra. Nesta secção apresentam-se alguns parâmetros experimentais que caracterizam a fibra óptica utilizada. A gama espectral analisada experimentalmente varia entre o mínimo do valor do comprimento de onda do sinal óptico: $\lambda_s = 1537.595$ nm e o valor máximo do sinal sombra: $\lambda_i \approx 1557.726$ nm. Os resultados apresentados nas Figuras 2.2, 2.3 e 2.4 foram obtidos experimentalmente com o recurso a um analisador de redes ópticas (ONA - *Optical Network Analyzer*)². Na Figura 2.2 representa-se a variação do GD em função do comprimento de onda.

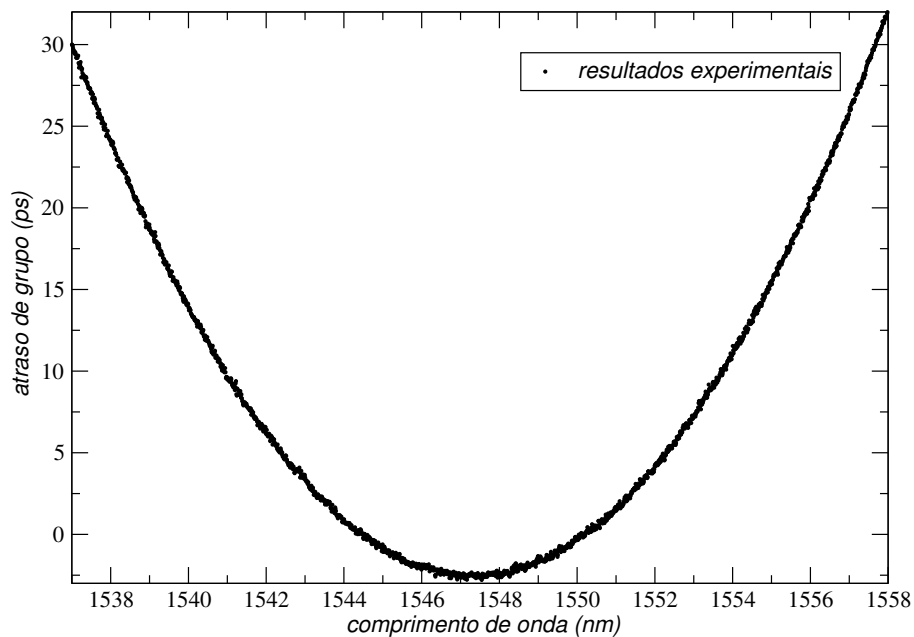


Figura 2.2: Variação do atraso de grupo em função do comprimento de onda. Da análise da figura verifica-se que o valor mínimo do atraso de grupo surge para comprimentos de onda da ordem de: $\lambda \approx 1547$ nm.

Da análise da Figura 2.2 verifica-se que o atraso de grupo surge inicialmente com o valor

²ONA comercializado pela Agilent é composto por três dispositivos: Agilent 86122 A - *Multi-Wavelength Meter*, Agilent 86038 B - *Photonic Dispersion and Loss Analyzer* e ainda Agilent 8164 B - *Lightwave Measurement System*.

de 29.65 ps quando o comprimento de onda tem o valor de $\lambda = 1537.595$ nm. Com o aumento do valor do comprimento de onda o valor do atraso de grupo diminui, até atingir o valor mínimo para comprimentos de onda da ordem de $\lambda \approx 1547$ nm. Após essa região, o GD aumenta com o aumento do comprimento de onda até atingir o valor máximo da região espectral em análise de 30.34 ps para $\lambda = 1557.726$ nm.

Um dos parâmetro mais importantes da fibra óptica é a variação da dispersão cromática da fibra com o comprimento de onda. Na Figura 2.3 representa-se graficamente a variação da dispersão cromática em função do comprimento de onda.

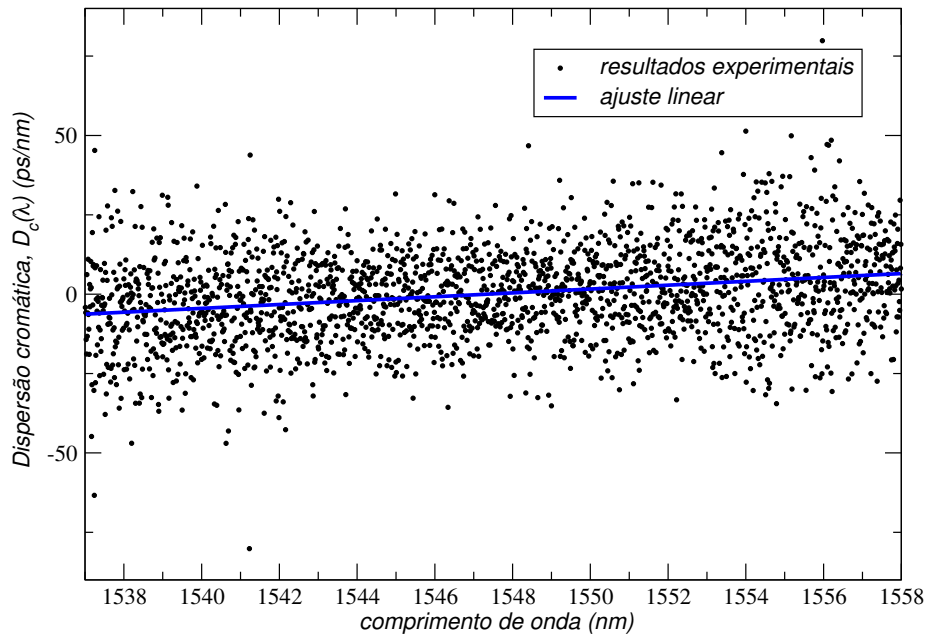


Figura 2.3: Variação da dispersão cromática em função do comprimento de onda. Na figura, o ajuste linear permite obter o valor do comprimento de onda para o qual a dispersão cromática é nula, $\lambda_0 \approx 1547.34$ nm. Permite também obter o valor da dispersão diferencial para esse valor de comprimento de onda, $S(\lambda_0) \approx 0.069$ ps/nm²km.

Da análise da Figura 2.3 verifica-se que os valores experimentais variam significativamente para comprimentos de onda consecutivos. Este facto resulta do incremento no valor do comprimento de onda escolhido ser baixo, 0.01 nm, e resulta também do intervalo de medição estar muito centrado em torno do zero de dispersão da fibra. Como o erro de medição é inversamente proporcional ao valor do incremento utilizado³ as variações abruptas nos pontos da dispersão cromática podem ser consideradas erros de medição. O ajuste linear da Figura 2.3 permite verificar que a dispersão cromática da fibra óptica utilizada tem valor nulo para $\lambda_0 \approx 1547.34$ nm e nesse valor de comprimento de onda a dispersão diferencial tem o valor:

³<http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5989-2325EN.pdf>

$S(\lambda_0) \approx 0.069 \text{ ps/nm}^2\text{-km}$. A dispersão cromática e a dispersão diferencial são parâmetros fundamentais na análise do processo de FWM, pois o acordo de fase e consequentemente a eficiência de geração do sinal sombra e amplificação do sinal óptico são dependentes dos valores desses parâmetros, como é possível verificar pela análise das secções 2.2.2, 2.2.1, 3.2 e 3.2.3.

Para terminar a caracterização experimental da fibra óptica utilizada, apresenta-se na Figura 2.4 o atraso de grupo diferencial. Na Figura 2.4 representa-se a variação do atraso de

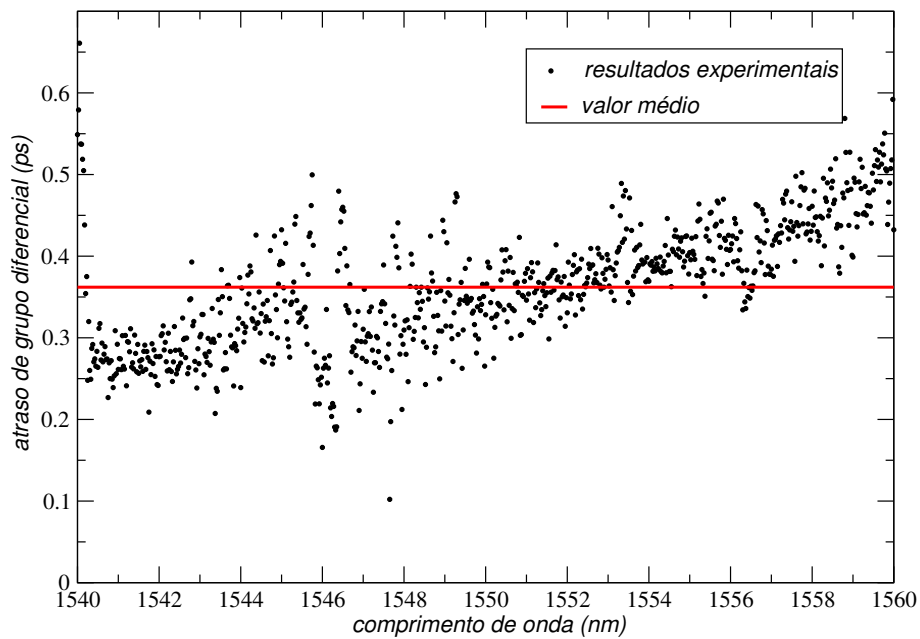


Figura 2.4: Atraso de grupo diferencial em função do comprimento de onda. No gráfico representa-se também o valor médio do atraso de grupo diferencial $\langle \Delta\tau \rangle = 0.362 \text{ ps}$.

grupo diferencial em função do comprimento de onda. É ainda representado o valor médio do atraso de grupo diferencial: $\langle \Delta\tau \rangle = 0.362 \text{ ps}$. O valor médio do atraso de grupo diferencial é um parâmetro importante para analisar os efeitos da polarização no capítulo 4 pois permite determinar a largura de banda dos estados principais de polarização (PSP - *Principal States of Polarization*) [32].

2.1.3 Filtragem

A secção de filtragem na Figura 2.1 representa a secção mais crítica da montagem experimental, pois nessa parte pretende-se eliminar o sinal óptico e o sinal de bombeamento de modo a garantir que apenas fótons do sinal sombra chegam à secção de detecção. Para tal, utiliza-se uma cascata de redes de Bragg gravadas em fibra óptica (FBG - *Fiber Bragg Grating*), centradas no comprimento de onda do sinal de bombeamento λ_p , e um filtro óptico

sintonizável designado por *Xtract*⁴. As redes de Bragg em fibra óptica introduzem uma atenuação de 72 dB no comprimento de onda do sinal de bombeamento, ao passo que o *Xtract* introduz uma atenuação de cerca 40 dB quer no sinal de bombeamento, quer no sinal óptico. No comprimento de onda do sinal sombra o *Xtract* introduz uma atenuação de 6.17 dB, e as redes de Bragg gravadas em fibra, juntamente com os isoladores ópticos, introduzem uma atenuação de cerca 6 dB. Os isoladores são utilizados para prevenir que as reflexões ópticas nas FBGs regressem à fibra. No fim da secção de filtragem devem surgir apenas fótons do sinal sombra.

2.1.4 Detecção

A parte de detecção é composta por um detector de fótons únicos⁵ e o gerador de sequências. O detector de fótons é baseado em fotodíodos de avalanche (APD - *Avalanche Photodiode*), com uma interface em fibra óptica. O detector de fótons únicos apresenta uma eficiência de detecção de $\eta = 10\%$, e uma probabilidade de falsas contagens $P_{dc} = 5 \times 10^{-5}$, para um intervalo de medições de 2.5 ns⁶. Este tipo de detectores, baseados em APD, permitem controlar o tempo de detecção, ou seja, é possível controlar o tempo durante o qual é aplicado um campo eléctrico no APD. No caso aqui em análise, essa janela de medição teve um tempo de duração de 2.5 ns. Como o detector está ligado ao gerador de sequências, a frequência com a qual o detector efectua medições é a mesma que a utilizada para modular o sinal óptico, ou seja, 610.3 kHz. Este tipo de detector permite também ajustar o momento de abertura da janela de medição após receber o sinal eléctrico do gerador de sequências. Esta faculdade é fundamental para fazer coincidir a abertura da janela de medição com a chegada ao detector do sinal sombra gerado no interior da fibra. O número médio de fótons por impulso óptico é dada pela expressão [33–35]

$$\bar{n} = \frac{1}{\eta} \ln \left(\frac{P_{dc} - 1}{P_{av} - 1} \right), \quad (2.1)$$

onde \bar{n} representa o número médio de fótons por impulso e P_{av} representa probabilidade de avalanche por impulso [33–35]. A potência óptica do sinal sombra pode ser obtida a partir do número de fótons detectados

$$P_i = \bar{n} \frac{hc}{\lambda_i T_g} 10^{\frac{\alpha_d}{10}}, \quad (2.2)$$

⁴Especificações do filtro óptico: <http://www.anritsu.com/>

⁵Detector comercializado pela *id Quantique* modelo *id 200*: www.idquantique.com

⁶*id Quantique*, "Single-Photon Detector Module, Operating Guide V2.2". <http://www.idquantique.com/products/id200.htm>

onde h representa a constante de Planck, c representa a velocidade da luz, λ_i simboliza o comprimento de onda do sinal sombra, $T_g = 2.5$ ns descreve o tempo de medição do detector e $\alpha_d = 13$ dB é a atenuação desde o fim da fibra óptica até à entrada do detector [12].

2.2 Descrição teórica do processo de mistura de quatro ondas em fibras ópticas

O processo de mistura de quatro ondas tem sido amplamente estudado, pois este processo pode ser muito eficiente na geração de novas frequências no interior de uma fibra óptica. Em 1974, *R. H. Stolen et al* observaram experimentalmente pela primeira vez o acordo de fase⁷ entre três ondas que se propagavam no interior de uma fibra óptica, e dessa forma obtiveram eficiente geração do sinal sombra no interior dessa mesma fibra [36]. *R. H. Stolen et al* verificaram também que quando o acordo de fase era alcançado, a potência óptica do sinal sombra era directamente proporcional à potência do sinal de bombeamento e do sinal óptico [36]. No entanto, uma descrição teórica mais detalhada deste processo não linear surgiu em 1978 por *K. O. Hill et al* [27]. Nesse trabalho, os autores verificaram que a potência do sinal sombra é proporcional não só às potências ópticas lançadas na fibra, mas também à magnitude da susceptibilidade de terceira ordem [27]. Todavia, em 1987 *Nori Shibata et al* reformularam os resultados obtidos por *K. O. Hill et al*, e demonstraram, de forma explícita, a dependência no acordo de fase por parte da eficiência do processo de FWM [28].

2.2.1 Acordo de fase em fibras ópticas monomodo

O acordo de fase representa a diferença entre as constantes de propagação das frequências ópticas envolvidas no processo de FWM. Na configuração com apenas um sinal de

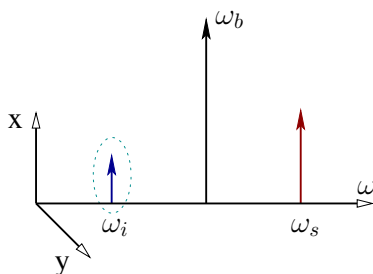


Figura 2.5: Ilustração do esquema co-polarizado para o processo de FWM na configuração com apenas um sinal de bombeamento óptico.

⁷O acordo de fase para o processo de FWM é descrito na secção 2.2.1.

bombeamento óptico admitindo que todas as frequências evoluem na fibra no esquema co-polarizado, Figura 2.5, e que propagam-se na direcção $+z$ da fibra (co-propagante), o acordo de fase entre todas as frequências apresenta-se como [27, 28]

$$\Delta\beta = \beta(\omega_s) + \beta(\omega_i) - 2\beta(\omega_p), \quad (2.3)$$

onde $\beta(\omega_u)$, com $u = s, i, p$, representa a constante de propagação para a frequência óptica ω_u . A expansão da constante de propagação numa série de Taylor em torno da frequência ω_k produz o resultado [2, 28, 37]

$$\beta(\omega_u) = \beta_0 + (\omega_u - \omega_k)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega_u - \omega_k)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega_u - \omega_k)^3\beta_3 + \dots, \quad (2.4)$$

onde

$$\beta_l = \left. \frac{\partial^l \beta(\omega)}{\partial \omega^l} \right|_{\omega_k} \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2.5)$$

Na equação (2.5)

$$\beta_0 = \left. \frac{\omega}{v_{ph}} \right|_{\omega_k}, \quad (2.6)$$

$$\beta_1 = \left. \frac{1}{v_g} \right|_{\omega_k} = \left. \frac{n_g}{c} \right|_{\omega_k} = \frac{1}{c} \left(n(\omega_k) + \omega_k \left. \frac{\partial n}{\partial \omega} \right|_{\omega_k} \right), \quad (2.7)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left(2 \left. \frac{\partial n}{\partial \omega} \right|_{\omega_k} + \omega_k \left. \frac{\partial^2 n}{\partial \omega^2} \right|_{\omega_k} \right) = -\frac{2\pi c}{\omega_k^2} D_c(\omega_k), \quad (2.8)$$

$$\beta_3 = \frac{(2\pi c)^2}{\omega_k^4} S(\omega_k) + \frac{4\pi c}{\omega_k^3} D_c(\omega_k), \quad (2.9)$$

onde v_{ph} e v_g representam a velocidade de fase e de grupo respectivamente [28], $D_c(\omega)$ representa a dispersão cromática da fibra e $S(\omega)$ descreve a dispersão diferencial [2, 37]. Com estes resultados a constante de propagação pode ser escrita como [2, 28]

$$\beta(\omega_u) = \frac{\omega_k}{v_{ph}} + \frac{(\omega_u - \omega_k)}{v_g} - \frac{\pi c (\omega_u - \omega_k)^2}{\omega_k^2} D_c(\omega_k) + \frac{2\pi c (\omega_u - \omega_k)^3}{3\omega_k^3} \left[\frac{\pi c}{\omega_k} S(\omega_k) + D_c(\omega_k) \right] + \dots \quad (2.10)$$

A substituição da equação (2.10) na equação (2.3) produz a seguinte expressão [17, 28]

$$\begin{aligned} \Delta\beta &= \beta(\omega_s) + \beta(\omega_i) - 2\beta(\omega_p) \\ &= -\frac{2\pi c}{\omega_k^2} (\omega_p - \omega_s)^2 D_c(\omega_k) + \frac{4\pi c}{\omega_k^3} (\omega_p - \omega_s)^2 (\omega_p - \omega_k) \left[\frac{\pi c}{\omega_k} S(\omega_k) + D_c(\omega_k) \right], \end{aligned} \quad (2.11)$$

No caso da frequência do sinal de bombeamento óptico estar muito próxima da frequência para a qual a dispersão da velocidade de grupo (GVD - *Group-Velocity Dispersion*) é nula,

ω_0 , o acordo de fase pode ser expandido em torno desse valor ($\omega_k = \omega_0$ na equação 2.11) e apresentar-se como [17, 28]

$$\Delta\beta = \frac{(2\pi c)^2}{\omega_0^4}(\omega_p - \omega_0)(\omega_p - \omega_s)^2 S(\omega_0). \quad (2.12)$$

Como a região escolhida para a expansão da constante de propagação foi a região de GVD nula, a dispersão cromática nessa região é nula $D_c(\omega_0) = 0$, como é possível de verificar pela análise da Figura 2.3 [2, 17].

Em termos de comprimentos de onda $\lambda_j = 2\pi c/\omega_j$, o acordo de fase é escrito como [28]

$$\Delta\beta = -\frac{2\pi c\lambda_0^3}{\lambda_p^3\lambda_s^2}(\lambda_p - \lambda_0)(\lambda_p - \lambda_s)^2 S(\lambda_0), \quad (2.13)$$

onde λ_0 é o comprimento de onda para o qual a dispersão cromática é nula. Da análise da equação (2.13) verifica-se que o acordo de fase é perfeito quando $\lambda_p = \lambda_0$ ou quando $\lambda_p \approx \lambda_s$ pois nesses valores $\Delta\beta = 0$ [17–21, 27, 28].

Da análise da equação (2.15) verifica-se que a condição $\Delta\beta = 0$ representa a situação ideal de obtenção de máxima eficiência na geração do sinal sombra, pois nesse limite $\eta = 1$ de acordo com a equação (2.15). Por esse motivo, a maior parte do trabalho relacionado com o processo de FWM em fibras ópticas tem sido realizado próximo do zero de dispersão da fibra [17–20], ou então na situação em que o comprimento de onda do sinal óptico encontra-se muito próximo do comprimento de onda do sinal de bombeamento [21].

2.2.2 Descrição teórica e resultados experimentais

Na configuração com apenas um sinal de bombeamento, admitindo que todas as frequências envolvidas no processo de FWM propagam-se no interior da fibra na configuração co-polarizada e na direcção z , Figura 2.5, a potência óptica do sinal sombra, de acordo com as referências [27, 28], é dada pela equação

$$P_i(z = L, \Delta\beta) = (\gamma P_p(0))^2 P_s(0) \left| \frac{\exp\{i\Delta\beta L - \alpha L\} - 1}{i\Delta\beta - \alpha} \right|^2, \quad (2.14)$$

onde $P_i(z = L, \Delta\beta)$ representa a potência óptica do sinal sombra. A eficiência de geração do sinal sombra, η , em função do acordo de fase pode ser expressa como [28]

$$\eta = \frac{P_i(z = L, \Delta\beta)}{P_i(z = L, \Delta\beta = 0)} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + (\Delta\beta)^2} \left[1 + \frac{4 \exp\{-\alpha L\} \sin^2(\Delta\beta L/2)}{(1 - \exp\{-\alpha L\})^2} \right]. \quad (2.15)$$

Com os resultados das equações (2.14) e (2.15) pode-se reescrever a expressão para a potência óptica do sinal sombra [28]

$$P_i(z = L, \Delta\beta) = (\gamma P_p(0) L_{eff})^2 P_s(0) \exp\{-\alpha L\} \eta. \quad (2.16)$$

Nas equações (2.14)-(2.16) $\Delta\beta = \beta(\omega_s) + \beta(\omega_i) - 2\beta(\omega_p)$ representa o acordo de fase entre as três ondas que se propagam no interior da fibra óptica, γ descreve o coeficiente não linear da fibra, $P_p(0)$ simboliza a potência do sinal de bombeamento lançado na fibra, $P_s(0)$ representa a potência do sinal óptico no início da fibra, α descreve a atenuação na fibra e L representa o comprimento da fibra. Finalmente, L_{eff} designa o comprimento efectivo da fibra e representa a região efectiva de interacção [2]

$$L_{eff} = \frac{1 - \exp\{-\alpha L\}}{\alpha}. \quad (2.17)$$

A Figura 2.6 representa a variação da potência óptica do sinal sombra em função da diferença do comprimento de onda entre o sinal de bombeamento (λ_p) e o sinal óptico (λ_s). Os resultados experimentais apresentados foram obtidos seguindo a descrição apresentada na secção 2.1. É também representada graficamente na Figura 2.6 a equação (2.16), comparando-se assim o modelo teórico e os valores experimentais. Os parâmetros da fibra óptica utilizados na representação gráfica da equação (2.16) são os referidos na secção 2.1. As potências ópticas utilizadas foram $P_p(0) = 8.71$ mW e $P_s(0) = 1.26 \times 10^{-4}$ mW, ao passo que o comprimento de onda para o sinal de bombeamento óptico foi $\lambda_p = 1547.57$ nm. A potência do sinal de bombeamento é muito superior à potência do sinal óptica $P_p(0) \gg P_s(0)$. A potência do sinal óptico é mantida com um valor muito baixo para evitar múltiplos processos de FWM [29–31]. Note-se que um aumento da potência do sinal óptico leva à geração de dois sinais sombra, correspondendo à relação de frequências $\omega_p + \omega_s = \omega_{i,1} + \omega_{i,2}$, ou até mesmo $2\omega_s = \omega_{i,1} + \omega_{i,2}$. Nessa situação, o sinal sombra de maior potência desempenha o papel de sinal óptico. De acordo com a conservação de energia, equação (1.4), a frequência na qual é gerada a nova onda, sinal sombra, é dada por

$$\omega_i = 2\omega_p - \omega_s, \quad (2.18)$$

onde $\omega_j = 2\pi c/\lambda_j$ é a frequência angular de cada campo óptico. Em termos de comprimentos de onda, o sinal sombra é gerado no comprimento de onda

$$\lambda_i = \frac{\lambda_p \lambda_s}{2\lambda_s - \lambda_p}. \quad (2.19)$$

Quando o comprimento de onda λ_p se aproxima do comprimento de onda do sinal óptico λ_s , a nova onda gerada λ_i aproxima-se do sinal óptico λ_s .

Na Figura 2.6 é também representada a potência em unidades dBm em função da distância em comprimento de onda entre o sinal de bombeamento e o sinal óptico, para um pequeno intervalo de comprimentos de onda. A potência em unidade de dBm encontra-se relacionada

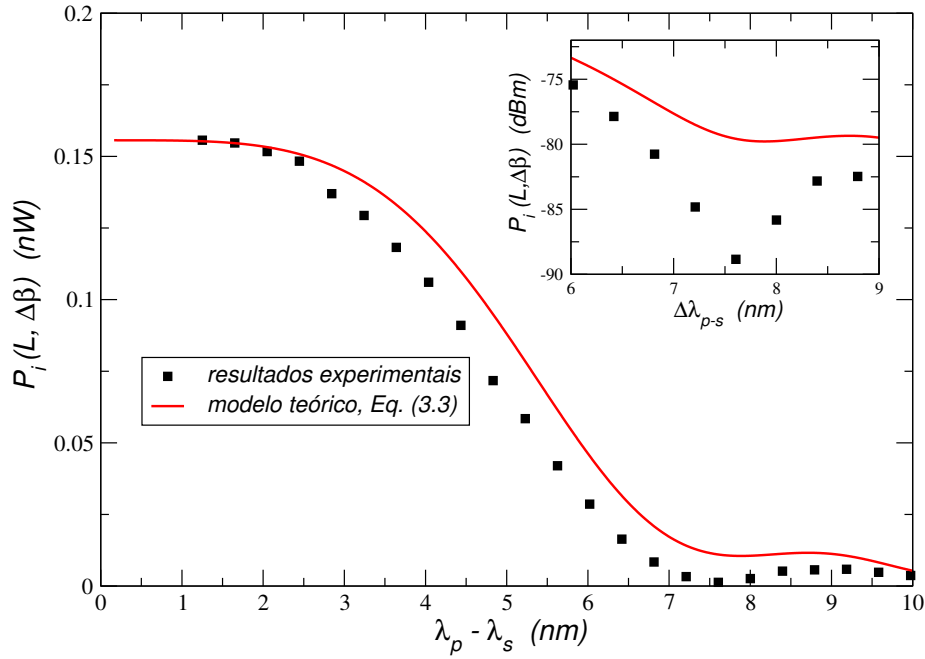


Figura 2.6: Variação da potência do sinal sombra em função da distância em comprimento de onda entre sinal de bombeamento óptico e o sinal óptico. A comparação entre os resultados experimentais obtidos e o modelo teórico dado pela expressão (2.16) mostra que, em geral, existe uma diferença significativa entre ambos.

com a potência em unidades de Watt da forma [2]

$$P[dBm] = 10 \log_{10} \left(\frac{P[W]}{1 \times 10^{-3}} \right). \quad (2.20)$$

Da análise da Figura 2.6 verifica-se que existe, em geral, uma diferença significativa entre os resultados obtidos experimentalmente e a previsão teórica, equação (2.16). Essa diferença deve-se principalmente a dois importantes factores não considerados no modelo teórico apresentado. Da análise da equação (2.15) verifica-se que para a evolução da fase dos sinais ópticos foi assumido que a eficiência de geração do sinal sombra é independente da contribuição não linear dada por γP_p . O segundo aspecto está relacionado com os efeitos da polarização. No modelo teórico é admitido que todas frequências propagam-se no interior da fibra óptica na configuração co-polarizada, Figura 2.5. No entanto, devido à variação aleatória da birrefringência óptica presente na fibra, as frequências envolvidas no processo de FWM não se mantêm co-polarizadas ao longo da propagação na fibra óptica [11, 38–41]. Estes dois importantes aspectos são detalhadamente analisados nos capítulos 3 e 4.

2.3 Discussão dos resultados

Neste capítulo descreveu-se o processo de FWM em fibras ópticas num regime de baixas potências. Apresentou-se o modelo teórico proposto por *K. O. Hill*, assim como a reformulação desse modelo proposta por *Nori Shibata*, onde é introduzido o conceito de eficiência de geração do sinal sombra através do processo de FWM. A comparação do modelo teórico com os dados experimentais demonstrou que existe uma importante diferença entre o valor da potência óptica do sinal sombra prevista pelo modelo teórico e o valor medido experimentalmente. Foi ainda analisado o acordo de fase em fibras ópticas monomodo e obteve-se a equação que descreve esse processo em torno de uma frequência ω_k . Verificou-se que, por forma a obter acordo de fase perfeito, o sinal de bombeamento deve ser lançado, ou no valor de dispersão cromática nula, ou então deve estar muito próximo em frequência do sinal óptico.

Capítulo 3

Contribuição não linear para a eficiência do processo de mistura de quatro ondas

NESTE capítulo descreve-se a contribuição não linear para a eficiência do processo de FWM em fibras ópticas, num regime de baixas potências.

Na secção 3.1 indica-se a equação de onda num meio dieléctrico e introduzem-se conceitos importantes relacionados com a polarização linear e não linear. Apresenta-se ainda a equação não linear de Schrödinger, equação que governa a propagação de um feixe de luz no interior de uma fibra óptica. Na secção 3.2 a partir da equação não linear de Schrödinger derivam-se e resolvem-se as equações acopladas para as amplitudes complexas do campo eléctrico, para o sinal óptico e para o sinal sombra. Compara-se o modelo teórico desenvolvido com os resultados experimentais.

3.1 Propriedades não lineares das fibras ópticas: Descrição matemática

A propagação de um campo óptico no interior de uma fibra é descrita pela equação não linear de Schrödinger (NLSE - *Nonlinear Schrödinger Equation*) [2, 42]. Nesse sentido, apresenta-se nesta secção uma possível abordagem para a obtenção da NLSE.

A propagação de uma onda óptica num meio dieléctrico que não contenha cargas ou correntes livres ($\rho = 0$ e $\mathbf{j} = 0$) e de natureza não magnética, tal como uma fibra óptica, é governada pela equação de onda [2]

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{\epsilon_0}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (3.1)$$

onde ϵ_0 designa a permissividade eléctrica no vácuo, μ_0 simboliza a permeabilidade magnética no vácuo e $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ representa a velocidade da luz no vácuo. A polarização

eléctrica induzida no meio \mathbf{P} tem em consideração a resposta do material perante um campo electromagnético.

3.1.1 Polarização eléctrica induzida no meio de propagação

A polarização induzida no meio dieléctrico, \mathbf{P} , é uma função dependente do campo eléctrico, e normalmente essa dependência expressa-se numa função muito complicada de obter e analisar. No entanto, no caso de fibras ópticas, o campo eléctrico raramente é suficientemente intenso para que seja necessário determinar-se exactamente a dependência de \mathbf{P} em \mathbf{E} . Tal dependência é habitualmente analisada expressando a polarização induzida numa série de potências [2, 43, 44]

$$\mathbf{P}(r, t) = \mathbf{P}^{(1)}(r, t) + \mathbf{P}^{(2)}(r, t) + \mathbf{P}^{(3)}(r, t) + \dots, \quad (3.2)$$

onde a polarização linear induzida é dada por [2]

$$\mathbf{P}^{(1)}(r, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(t - \tau) \cdot \mathbf{E}(r, \tau) d\tau, \quad (3.3)$$

onde $\chi^{(1)}$ representa a susceptibilidade de primeira ordem, $\mathbf{P}^{(1)}(r, t)$ representa a contribuição linear, \mathbf{P}_L , e os restantes termos representam a contribuição não linear \mathbf{P}_{NL} , em que $|\mathbf{P}_{NL}| \ll |\mathbf{P}_L|$, ou seja, a contribuição não linear manifesta-se como pequenos desvios da contribuição linear [2]. Os efeitos da polarização linear são incluídos através do índice de refração e do coeficiente de atenuação [2]. A existência da parte não linear da polarização induz a que o índice de refração varie com a intensidade do campo eléctrico aplicado, sendo por isso designado como uma componente não linear do índice de refração, e que dá origem a fenómenos como SPM, XPM e FWM [1, 2]. Em fibras ópticas (baseadas em sílica) o primeiro termo da polarização não linear relevante para a polarização é o termo de terceira ordem $\mathbf{P}^{(3)}(r, t)$. Devido à simetria da molécula de sílica (esta apresenta inversão de simetria) e à não existência de direcções preferenciais na sílica fundida, todos os termos pares na polarização não linear são aproximadamente nulos $\mathbf{P}^{2n} \approx 0$ [2, 3, 27, 44, 45]. Sendo assim, o primeiro termo não nulo da polarização não linear é o termo de terceira ordem. Para um meio como a sílica a polarização não linear pode ser escrita como [44, 46, 47]

$$P_i^{(3)} = \epsilon_0 \chi_0 E_j(r, t) \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ijkl}^{(3)}(t - \tau) E_k^*(r, \tau) E_l(r, \tau) d\tau, \quad (3.4)$$

onde $i, j, k, l = x, y, z$, χ_0 é a magnitude da susceptibilidade de terceira ordem e $R_{ijkl}^{(3)}(\tau)$ é a função de resposta não linear de terceira ordem [44]

$$R_{ijkl}^{(3)}(\tau) = \frac{f_E}{3} \delta(\tau) (\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + \frac{f_R}{2} R_a(\tau) \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{f_R}{2} R_b(\tau) (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (3.5)$$

onde $\int_0^{+\infty} [R_a(\tau) + R_b(\tau)] d\tau = 1$ devido à condição de causalidade, $R_a(\tau)$ e $R_b(\tau)$ representam respectivamente, a resposta isotrópica e anisotrópica de Raman (normalizada), f_R representa a sua contribuição para o índice de refração não linear e $f_E = 1 - f_R$ representa a fracção da contribuição electrónica [26, 44, 46].

3.1.2 Equação não linear de Schrödinger

De forma a obter-se a equação não linear de Schrödinger, é útil transformar a equação (3.1) para o domínio das frequências, seguindo a transformada de Fourier [2]

$$\tilde{\mathbf{G}}(r, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{G}(r, t) \exp(i\omega t) dt, \quad (3.6)$$

onde \mathbf{G} representa \mathbf{E} ou \mathbf{P} . A equação (3.1) no domínio das frequências apresenta-se com

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(r, \omega - \omega_0) + \frac{\omega^2}{c^2} \overleftrightarrow{\epsilon}(\omega) \cdot \tilde{\mathbf{E}}(r, \omega - \omega_0) = -\mu_0 \omega^2 \tilde{\mathbf{P}}^{(3)}(r, \omega - \omega_0), \quad (3.7)$$

onde a polarização não linear induzida é dada por [2]

$$\tilde{P}_i^{(3)}(r, \omega) = \frac{\epsilon_0 \chi_0}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{R}_{ijkl}^{(3)}(\omega_2 - \omega_1) \tilde{E}_k^*(r, \omega_1) \tilde{E}_l(r, \omega_2) \tilde{E}_j(r, \omega + \omega_1 - \omega_2) d\omega_1 d\omega_2, \quad (3.8)$$

onde ω_0 é a frequência da portadora e $\overleftrightarrow{\epsilon}(\omega)$ tem em consideração a dispersão linear do meio material assim como a birrefringência do material. A equação (3.7) pode ser resolvida usando o método das separações variáveis [7, 30]

$$\tilde{E}_i(r, \omega - \omega_0) = F_i(x, y, \omega) \tilde{A}_i(z, \omega - \omega_0) / N_i, \quad (3.9)$$

onde $i = x, y$, $F_i(x, y, \omega)$ representa a distribuição espacial dos modos da fibra, nos quais a componente i do campo propaga-se no seu interior, $A_i(z, \omega - \omega_0)$ é a amplitude de cada campo óptico e é uma função que varia lentamente com a distância z [48] e N_i representa a constante de normalização da envolvente do campo eléctrico dada por [7, 30]

$$N_i^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 n(\omega_0) c \iint |F_i(x, y, \omega)|^2 dx dy. \quad (3.10)$$

Assume-se que $F_i(x, y, \omega) \approx F_j(x, y, \omega) \approx F(x, y, \omega)$, isto significa que $F_i(x, y, \omega)$ exhibe apenas uma ligeira dependência na polarização e na frequência [48]. Substituindo a equação (3.9) na equação (3.7), multiplicando por $F^*(x, y, \omega)$ e integrando sobre o plano (x, y) obtém-se

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}_i(z, \omega - \omega_0)}{\partial z^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} \overleftrightarrow{\epsilon}_{ij}(\omega) - \overleftrightarrow{k}_{ij}(\omega) \right] \tilde{A}_i(z, \omega - \omega_0) = -\frac{2\mu_0 \chi_0 \omega^2}{n(\omega_0) c A_{eff}(\omega)} P_i^{(3)}(z, \omega), \quad (3.11)$$

onde $A_{eff}(\omega)$ representa a área efectiva da fibra [2] e $\overleftrightarrow{k}_{ij}(\omega)$ é uma matriz diagonal, pois $F_i(x, y, \omega) \approx F_j(x, y, \omega)$, com elementos $\overleftrightarrow{k}_{ii}(\omega) = k_{ii}^2(\omega)$ [46]

$$A_{eff}(\omega) = \frac{[\iint |F(x, y, \omega)|^2 dx dy]^2}{\iint |F(x, y, \omega)|^4 dx dy}, \quad (3.12)$$

$$k_{ii}^2(\omega) = \frac{\iint F^*(x, y, \omega) \nabla_T^2 F(x, y, \omega) dx dy}{\iint |F(x, y, \omega)|^2 dx dy}, \quad (3.13)$$

com ∇_T^2 a representar o operador derivada apenas segundo as coordenadas x e y . Nesta aproximação, a polarização não linear é dada por

$$P_i^{(3)}(z, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{R}_{ijkl}^{(3)}(\omega_2 - \omega_1) \tilde{A}_k^*(z, \omega_1) \tilde{A}_l(z, \omega_2) \tilde{A}_j(z, \omega + \omega_1 - \omega_2) d\omega_1 d\omega_2. \quad (3.14)$$

Em geral, a magnitude da birrefringência em fibras ópticas é muito baixa (quando comparada com os próprios índices modais da fibra), como tal pode admitir-se que [46]

$$\frac{\omega^2}{c^2} \overleftrightarrow{\epsilon}(\omega) - \overleftrightarrow{k}(\omega) = \beta^2(\omega) \overleftrightarrow{I} - \beta(\omega) \omega \overleftrightarrow{\mathbf{B}}, \quad (3.15)$$

onde $\overleftrightarrow{\mathbf{B}}$ representa as propriedades da birrefringência, independente da frequência pois o valor da magnitude da birrefringência é bastante baixo, como já referido anteriormente [46]. Como também já referido $\tilde{A}_i(z, \omega - \omega_0)$ é uma função que varia lentamente com a distância. Como tal introduz-se aqui a aproximação conhecida como variação lenta da envolvente (SVEA - *Slowly Varying Envelope Approximation*) [37]

$$\tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{A}}' \exp\{\pm i\beta(\omega)z\}, \quad (3.16)$$

onde $\beta(\omega)$ representa a constante de propagação e o símbolo \pm representa o sentido de propagação (+ para co-propagante e - para contra-propagante). Na aproximação SVEA é admitido que $|\partial^2 \tilde{\mathbf{A}} / \partial z^2| \ll |2\beta(\omega) \tilde{\mathbf{A}}|$ pois $\tilde{\mathbf{A}}$ é uma função que varia lentamente com z [2]. Como resultado da aproximação SVEA obtém-se

$$\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{A}}}{\partial z^2} + \beta^2(\omega) \tilde{\mathbf{A}} \approx 2i\beta(\omega) \left[\frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}'}{\partial z} - i\beta(\omega) \tilde{\mathbf{A}}' \right] \exp\{i\beta(\omega)z\}, \quad (3.17)$$

assumindo sentido co-propagante. A substituição das equações (3.15)-(3.17) na equação (3.11) produz o resultado¹

$$\frac{\partial \tilde{A}_i}{\partial z} = i\beta(\omega) \tilde{A}_i(z, \omega - \omega_0) - \frac{i}{2} \omega \overleftrightarrow{\mathbf{B}}_{ij} \tilde{A}_j(z, \omega - \omega_0) + i\gamma[1 + (\omega - \omega_0)\delta] \tilde{P}_i^{(3)}(z, \omega). \quad (3.18)$$

¹Para simplificar a notação representa-se $\tilde{\mathbf{A}}'$ como $\tilde{\mathbf{A}}$.

Na equação δ está relacionado com a dispersão na magnitude das não linearidades da fibra [2, 47]

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}(\omega_0)}, \quad (3.19)$$

$$\delta \approx \frac{1}{\omega_0} - \frac{1}{n(\omega_0)} \frac{\partial n(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} - \frac{1}{A_{eff}(\omega_0)} \frac{\partial A_{eff}(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} + \dots \quad (3.20)$$

O parâmetro não linear é definido através do índice de refração não linear n_2 , tendo este o valor de $n_2 = \chi_0 / \epsilon_0 c n^2(\omega_0)$ [2].

O termo $\beta(\omega)$ na equação (3.18) governa os efeitos dispersivos da fibra óptica. Esse termo pode também incluir a perda na fibra se for tratado como sendo complexo, através da substituição $\beta(\omega) \rightarrow \beta(\omega) + i\alpha(\omega)/2$, onde $\alpha(\omega)$ é a constante de atenuação e representa a perda total de potência durante a propagação de um campo óptico no interior da fibra. Com esta última substituição obtém-se a equação não linear de Schrödinger no domínio das frequências [47]

$$\frac{\partial \tilde{A}_i}{\partial z} + \frac{\alpha(\omega)}{2} \tilde{A}_i = i\beta(\omega) \tilde{A}_i - \frac{i}{2} \omega \mathbf{B}_{ij} \tilde{A}_j + i\gamma [1 + (\omega - \omega_0)\delta] \tilde{P}_i^{(3)}(z, \omega). \quad (3.21)$$

Na equação (3.21) o primeiro termo do lado direito, como referido anteriormente, representa a dispersão linear, o segundo representa o efeito da birrefringência e o terceiro governa os efeitos não lineares que ocorrem na fibra óptica [2]. A transformada inversa de Fourier das equações (3.14) e (3.21) permite obter as mesmas no domínio do tempo [47]

$$P_i^{(3)}(z, t) = A_j(z, t) \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ijkl}^{(3)}(t - \tau) A_k^*(z, \tau) A_l(z, \tau) d\tau, \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A_i = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{i^{n+1} \beta_n}{n!} \frac{\partial^n A_i}{\partial t^n} - \frac{i}{2} \mathbf{B}_{ij} \left(\omega_0 + i \frac{\partial}{\partial t} \right) A_j + i\gamma \left[1 + i\delta \frac{\partial}{\partial t} \right] P_i^{(3)}(z, t), \quad (3.23)$$

onde durante a transformada inversa de Fourier, $(\omega - \omega_0)$ foi substituído pelo operador $i(\partial/\partial t)$ [2]. A constante de propagação $\beta(\omega)$ foi expandida numa série de Taylor em torno de ω_0 , tal como efectuado na secção 2.2.1, onde β_n representa a ordem n da dispersão da fibra dada por $\beta_n = [\partial^n \beta / \partial \omega^n]_{\omega_0}$ [2].

As equações (3.21, 3.23) e (3.14, 3.22) representam a base teórica para a compreensão dos efeitos não lineares que ocorrem numa fibra óptica e serão usadas nas secções seguintes para descrever efeitos não lineares tais como mistura de quatro ondas.

3.2 Contribuição não linear para a eficiência do processo de mistura de quatro ondas

A propagação de um feixe de luz no interior de uma fibra óptica é descrita pela equação (3.23). Na equação estão incluídos efeitos tais como: GVD, XPM, SPM, FWM e SRS. No entanto essa equação geral não permite uma solução analítica exacta. Para obter-se uma solução analítica é necessário realizar algumas aproximações. Primeiro, assume-se que a resposta do meio dieléctrico é instantânea, como tal o SRS não é considerado, $f_R = 0$ na equação (3.22) [26]. Esta aproximação é válida para impulsos ópticos com uma duração temporal superior a 1 ps [2]. Segundo, cada campo óptico é assumido como sendo quase-monocromático, o espectro do impulso óptico centrado na frequência ω_0 , é assumido que tem uma largura espectral $(\omega - \omega_0)/\delta \ll 1$ [2]. Esta aproximação é válida para os impulsos tão curtos quanto 100 fs [2]. As aproximações referidas encontram-se em concordância com os valores experimentais utilizados, secção 2.1. Apesar da polarização de cada campo óptico no interior da fibra variar aleatoriamente ao longo da propagação na fibra [38, 39], assume-se que todos os campos ópticos envolvidos no processo de FWM se mantêm co-polarizados durante a propagação [2], de acordo com o esquema de polarização apresentado na Figura 2.5. Para evitar múltiplos processos de FWM as potências do sinal óptico e do sinal de bombeamento lançadas na fibra são mantidas num regime de baixas potências. Dessa forma é assegurado que existem apenas três frequências ópticas no interior da fibra, como representado na Figura 1.1(a). Seguindo estas aproximações a NLSE é escrita como²

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + \frac{\alpha(\omega)}{2} A(z, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{i^{n+1} \beta_n}{n!} \frac{\partial^n A(z, t)}{\partial t^n} + i\gamma A(z, t) |A(z, t)|^2. \quad (3.24)$$

No entanto, o primeiro termo do lado direita da equação (3.24) não permite que esta apresente solução analítica e usualmente para se resolver essa mesma equação é necessário uma abordagem numérica. Contudo, uma análise detalhada aos parâmetros da fibra óptica permite-nos utilizar a aproximação designada por sinal em contínuo (CW - *Continuous Wave*) [2]. Esta aproximação pode ser utilizada se a distância de interacção (L_W) for superior ao comprimento da fibra [2]

$$L_W = T_0 \frac{L}{\Delta\tau_g}, \quad (3.25)$$

onde T_0 é a largura temporal do impulso óptico, L representa o comprimento da fibra e $\Delta\tau_g$ representa a diferença entre o atraso de grupo do sinal de bombeamento e do sinal óptico (ou

²Como todos os campos propagam-se no mesmo eixo de polarização: $A_i(z, t) = A_x(z, t) = A(z, t)$.

do sinal sombra) [2]

$$\Delta\tau_g = |\tau_{g,p} - \tau_{g,s}|, \quad (3.26)$$

onde $\tau_{g,u}$ representa o atraso de grupo para o sinal de bombeamento ($u = p$) e para o sinal óptico ($u = s$). De acordo com os parâmetros experimentais utilizados, $T_0 = 1.6$ ns, $L = 8865$ m e $\Delta\tau_g = 28.266$ ps, conclui-se que $L_W = 5.018 \times 10^5$ m, tornado válida a aproximação de CW. Seguindo essa aproximação, o campo óptico total $A(z, t)$ presente na equação (3.24) para o processo de FWM pode ser escrito como a soma de três campos [49]

$$A(z, t) = A_p(z) \exp\{-i\Omega_p t\} + A_s(z) \exp\{-i\Omega_s t\} + A_i(z) \exp\{-i\Omega_i t\}, \quad (3.27)$$

onde $\Omega_m = \omega_m - \omega_0$ descreve a frequência da portadora para o campo óptico $m = p, s, i$ e ω_0 é a frequência da portadora de referência [49]. Neste trabalho utiliza-se ω_0 como sendo a frequência para a qual a GVD é nula. Se substituir-se a equação (3.27) na equação (3.24) e recolhermos os termos que oscilam a cada frequência específica, a equação resultante para as várias frequências envolvidas no processo de FWM apresenta-se como um conjunto de três equações acopladas [49]

$$\frac{\partial A_p(z)}{\partial z} = i\beta'(\omega_p)A_p(z) + i\gamma \left[A_p(z) \left(|A_p(z)|^2 + 2 \sum_{j \neq p}^M |A_j(z)|^2 \right) + 2A_p^*(z)A_s(z)A_i(z) \right], \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial A_s(z)}{\partial z} = i\beta'(\omega_s)A_s(z) + i\gamma \left[A_s(z) \left(|A_s(z)|^2 + 2 \sum_{j \neq s}^M |A_j(z)|^2 \right) + A_p^2(z)A_i^*(z) \right], \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial A_i(z)}{\partial z} = i\beta'(\omega_i)A_i(z) + i\gamma \left[A_i(z) \left(|A_i(z)|^2 + 2 \sum_{j \neq i}^M |A_j(z)|^2 \right) + A_p^2(z)A_s^*(z) \right]. \quad (3.30)$$

Na obtenção das equações (3.28)-(3.30) apenas os termos relativos ao processo de FWM, dados por $\pm(\Omega_s + \Omega_i - 2\Omega_p)$, foram considerados, os quais a conservação de energia obriga a que $2\Omega_p - \Omega_s - \Omega_i = 0$ [49]. Assume-se também que a atenuação é independente da frequência tal como o coeficiente não linear [2]. A constante de propagação $\beta'(\omega_m)$ contém o termo relativo à atenuação

$$\beta'(\omega_m) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\Omega_m^n \beta_n}{n!} + \frac{i}{2} \alpha(\omega_m), \quad (3.31)$$

onde $\beta_n = \left[\frac{\partial^n \beta(\omega)}{\partial \omega^n} \right]_{\omega_0}$. Como referido na secção 2.2.2, a potência do sinal de bombeamento é muito superior à potência do sinal óptico e, consequentemente, muito superior à potência

do sinal sombra. Como tal, pode-se reescrever as equações acopladas (3.28)-(3.30) como

$$\frac{\partial A_p(z)}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A_p(z) \approx i\beta(\omega_p) A_p(z) + i\gamma A_p(z) |A_p(z)|^2, \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial A_s(z)}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A_s(z) \approx i\beta(\omega_s) A_s(z) + i\gamma \left(2A_s(z) |A_p(z)|^2 + A_p^2(z) A_s^*(z) \right), \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial A_i(z)}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A_i(z) \approx i\beta(\omega_i) A_i(z) + i\gamma \left(2A_i(z) |A_p(z)|^2 + A_p^2(z) A_i^*(z) \right). \quad (3.34)$$

Nas equações (3.32)-(3.34) a aproximação $P_p(z) \gg P_{s,i}(z)$ significa que o sinal óptico e o sinal sombra não influenciam o sinal de bombeamento, ou seja, não existe uma transferência de energia do sinal óptico e do sinal sombra para o sinal de bombeamento. Nesse sentido, a evolução da amplitude complexa do sinal de bombeamento, dada pela equação (3.32), não depende das amplitudes complexas do sinal óptico, $A_s(z)$, nem do sinal sombra, $A_i(z)$. A equação diferencial (3.32) tem como solução analítica [50]

$$A_p(z) = A_p \exp\{i\gamma P_p(0) z_{eff}\} \exp\{-(\alpha/2 - i\beta(\omega_p))z\}, \quad (3.35)$$

onde A_p representa a amplitude do sinal de bombeamento à entrada da fibra óptica, $P_p(0) = |A_p|^2$ simboliza a potência inicial do sinal de bombeamento e

$$z_{eff} = \frac{1 - \exp\{-\alpha z\}}{\alpha}. \quad (3.36)$$

A potência óptica do sinal de bombeamento expressa-se como

$$P_p(z) = |A_p(z)|^2 = P_p(0) \exp\{-\alpha z\}. \quad (3.37)$$

A solução presente na equação (3.35) mostra que na aproximação $P_p(z) \gg P_{s,i}(z)$ o sinal de bombeamento óptico durante a propagação na fibra adquire uma alteração de fase resultante dos efeitos não lineares SPM e XPM, dada por $\phi_{NL}(z) = \gamma P_p(0) z_{eff}$ [2].

3.2.1 Evolução da amplitude complexa do campo eléctrico do sinal óptico e do sinal sombra

A variação da amplitude complexa do sinal óptico e do sinal sombra com a distância de propagação no interior da fibra é governada pelas equações (3.33) e (3.34), nas quais a variação do sinal de bombeamento óptico é governada pela equação (3.35). Se introduzirmos as substituições [51]

$$A_u(z) = B_u(z) e^{i\left(\phi_{NL}(z) + \beta(\omega_u)z - \frac{\Delta\beta}{2}z\right) - \frac{\alpha}{2}z}, \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial A_u(z)}{\partial z} = e^{i\left(\phi_{NL}(z) + \beta(\omega_u)z - \frac{\Delta\beta}{2}z\right) - \frac{\alpha}{2}z} \left[\frac{\partial B_u(z)}{\partial z} + i \left(\gamma P_p(z) + \beta(\omega_u) - \frac{\Delta\beta}{2} + i\frac{\alpha}{2} \right) B_u(z) \right], \quad (3.39)$$

onde $u = s$ para o sinal óptico ou $u = i$ para o sinal sombra e $\Delta\beta = \beta(\omega_s) + \beta(\omega_i) - 2\beta(\omega_p)$ representa o acordo de fase. Com essa substituição as equações (3.33) e (3.34) surgem como [51]

$$\frac{\partial B_s(z)}{\partial z} = i \left[\frac{\Delta\beta}{2} + \gamma P_p(z) \right] B_s(z) + i\gamma A_p^2 B_i^*(z) e^{-\alpha z}, \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial B_i^*(z)}{\partial z} = -i \left[\frac{\Delta\beta}{2} + \gamma P_p(z) \right] B_i^*(z) - i\gamma A_p^{*2} B_s(z) e^{-\alpha z}. \quad (3.41)$$

Contudo, as equações acopladas (3.40)-(3.41) não podem ser resolvidas analiticamente. De modo a encontrar soluções analíticas aproximadas é necessário assumir algumas condições. Os tópicos seguintes referem condições segundo as quais é possível obter soluções analíticas das equações (3.40)-(3.41).

i) Acordo de fase perfeito, $\Delta\beta = 0$

A situação de acordo de fase ideal é obtida quando a frequência do sinal de bombeamento óptico coincide com a frequência para a qual a GVD é nula, ou seja, $\omega_p = \omega_0$, de acordo com o resultado presente na secção 2.2.1. Nesse limite, as equações (3.40)-(3.41) apresentam-se na forma

$$\frac{\partial^2 B_s(z)}{\partial z^2} + \alpha \frac{\partial B_s(z)}{\partial z} = 0, \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial^2 B_i^*(z)}{\partial z^2} + \alpha \frac{\partial B_i^*(z)}{\partial z} = 0. \quad (3.43)$$

A solução geral para cada uma das equações é dada por [50, 51]

$$B_s(z) = c_1 \exp\{-\alpha z\} + c_2, \quad (3.44)$$

$$B_i^*(z) = c_3 \exp\{-\alpha z\} + c_4, \quad (3.45)$$

onde os coeficientes c_1 , c_2 , c_3 e c_4 são determinados pelas condições de fronteira. Se assumirmos que apenas o sinal óptico e o sinal de bombeamento são as únicas frequências no início da fibra, a potência no fim da fibra $z = L$ para o sinal óptico e para o sinal sombra são dadas por [2, 51]

$$P_s(L) = |A_s(L)|^2 = [1 + (\gamma P_p(0) L_{eff})^2] P_s(0) \exp\{-\alpha L\}, \quad (3.46)$$

$$P_i(L) = |A_i(L)|^2 = (\gamma P_p(0) L_{eff})^2 P_s(0) \exp\{-\alpha L\}, \quad (3.47)$$

onde L_{eff} é dado pela expressão (2.17) e a transformação dada pela equação (3.38) foi tomada em consideração. Verifica-se que na condição $\Delta\beta = 0$ a potência do sinal óptico e do sinal sombra é independente da frequência dos campos ópticos envolvidos no processo de FWM.

ii) Comprimento da fibra igual ao seu comprimento efectivo

A condição, $L_{eff} \approx L$, significa que a atenuação na fibra pode ser desprezada pois

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1 - \exp\{-\alpha L\}}{\alpha} = L. \quad (3.48)$$

Com este resultado as equações acopladas (3.40)-(3.41) podem ser escritas como

$$\frac{\partial^2 B_s(z)}{\partial z^2} + \kappa^2 B_s(z) = 0, \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial^2 B_i^*(z)}{\partial z^2} + \kappa^2 B_i^*(z) = 0, \quad (3.50)$$

onde κ representa o ganho paramétrico dado por [2]

$$\kappa^2 = \frac{\Delta\beta}{2} \left(\frac{\Delta\beta}{2} + 2\gamma P_p(0) \right). \quad (3.51)$$

A solução geral para cada uma das equações (3.49) e (3.50) podem ser escritas como [50]

$$B_s(z) = c_1 \exp\{i\kappa z\} + c_2 \exp\{-i\kappa z\}, \quad (3.52)$$

$$B_i^*(z) = c_3 \exp\{i\kappa z\} + c_4 \exp\{-i\kappa z\}. \quad (3.53)$$

Os coeficientes c_1 , c_2 , c_3 e c_4 são determinados pelas condições de fronteira. Se assumirmos novamente que apenas o sinal óptico e o sinal de bombeamento são as únicas frequências no início da fibra, as amplitudes complexas de cada campo óptico são escritas como [2]

$$B_s(z) = \left[\cos(\kappa z) + \frac{i}{\kappa} \left(\frac{\Delta\beta}{2} + \gamma P_p(0) \right) \sin(\kappa z) \right] B_s(0), \quad (3.54)$$

$$B_i(z) = i(\gamma P_p(0)z) \frac{\sin(\kappa z)}{\kappa z} B_s^*(0). \quad (3.55)$$

Da análise das equações (3.54) e (3.55) (ou das equações (3.46) e (3.47)) verifica-se que ao mesmo tempo que o sinal óptico é amplificado, uma nova frequência é gerada no interior da fibra óptica.

3.2.2 Contribuição do acordo de fase e da atenuação para a variação das amplitudes complexas do sinal óptico e do sinal sombra

Um modelo realista capaz de descrever a variação das amplitudes complexas do sinal óptico e do sinal sombra numa fibra óptica, baseia-se na resolução numérica das equações (3.40)-(3.41). Nesta dissertação apresenta-se uma solução analítica aproximada que contempla o acordo de fase e a atenuação na fibra. Para tal, primeiro assume-se que a atenuação na fibra

é nula, de forma a obter as equações (3.54)-(3.55). O efeito da atenuação é depois tomada em consideração através da substituição de $P_p(0)$ por \bar{P}_p [51]

$$\bar{P}_p = P_p(0) \frac{1 - \exp\{-\alpha z\}}{\alpha z}, \quad (3.56)$$

onde \bar{P}_p representa a potência óptica média ao longo do percurso na fibra óptica [51]. De referir que a alteração de fase não linear dada por $\phi_{NL}(z)$ presente na equação (3.35) pode ser obtida com o auxílio de \bar{P}_p [51]

$$\phi_{NL}(z) = \gamma P_p(0) z_{eff} = \gamma \bar{P}_p z. \quad (3.57)$$

A fase não linear $\phi_{NL}(z)$ que o sinal de bombeamento óptico adquire é reproduzido com o auxílio da potência óptica média \bar{P}_p . A substituição de $P_p(0)$ por \bar{P}_p é válida para fibras de baixa atenuação [2, 51]. A validade desta aproximação pode ser verificada pela resolução numérica das equações (3.40)-(3.41) [51]. Nesta aproximação, as equações (3.54) e (3.55) são escritas como

$$A_s(z) = \left[\cos(\kappa z) + \frac{i}{\kappa} \left(\frac{\Delta\beta}{2} + \gamma P_p(0) \frac{z_{eff}}{z} \right) \sin(\kappa z) \right] A_s(0) e^{i(\phi_{NL}(z) + \beta(\omega_u)z - \frac{\Delta\beta}{2}z) - \frac{\alpha}{2}z}, \quad (3.58)$$

$$A_i(z) = i(\gamma P_p(0) z_{eff}) \frac{\sin(\kappa z)}{\kappa z} A_s^*(0) e^{i(\phi_{NL}(z) + \beta(\omega_u)z - \frac{\Delta\beta}{2}z) - \frac{\alpha}{2}z}, \quad (3.59)$$

onde a transformação efectuada na equação (3.38) foi tomada em consideração e κ é dado pela expressão

$$\kappa^2 = \frac{\Delta\beta}{2} \left(\frac{\Delta\beta}{2} + 2\gamma P_p(0) \frac{z_{eff}}{z} \right). \quad (3.60)$$

Da análise das equações (3.58) e (3.59) verifica-se que no limite $\Delta\beta = 0$ obtêm-se as expressões (3.46) e (3.47) e no limite de atenuação nula obtêm-se as expressões (3.54) e (3.55). A potência óptica no fim da fibra $z = L$ para o sinal óptico e para o sinal sombra é dada pelas relações [2]

$$P_s(L) = |A_s(L)|^2 = \left[\cos^2(\kappa L) + \left(\frac{\Delta\beta}{2} + \gamma P_p(0) \frac{L_{eff}}{L} \right)^2 \frac{\sin^2(\kappa L)}{\kappa^2} \right] P_s(0) e^{-\alpha L}, \quad (3.61)$$

$$P_i(L) = |A_i(L)|^2 = (\gamma P_p(0) L_{eff})^2 P_s(0) e^{-\alpha L} \left| \frac{\sin(\kappa L)}{\kappa L} \right|^2. \quad (3.62)$$

Nas equações (3.61)-(3.62) $\Delta\beta$ é dado pela equação (2.13). Da análise das equações (3.61)-(3.62) verifica-se que κ é uma função real se $\lambda_p < \lambda_0$ ou se $\lambda_p > \lambda_0$ juntamente com a condição [16]

$$\frac{\Delta\beta}{2} + 2\gamma P_p(0) \frac{L_{eff}}{L} < 0. \quad (3.63)$$

Nessa situação κ é dado pela equação

$$\kappa = \sqrt{\frac{\Delta\beta}{2} \left(\frac{\Delta\beta}{2} + 2\gamma P_p(0) \frac{L_{eff}}{L} \right)}. \quad (3.64)$$

Contudo, um caso de particular interesse surge quando $\Delta\beta$ é negativo. Nessa situação κ pode torna-se uma função imaginária se $\lambda_p > \lambda_0$ e se a potência óptica do sinal de bombeamento for suficiente para obter-se [16]

$$\frac{\Delta\beta}{2} + 2\gamma P_p(0) \frac{L_{eff}}{L} > 0. \quad (3.65)$$

Esta situação ocorre apenas para valores negativos de $\Delta\beta$ [16], na qual κ apresenta-se como

$$\kappa = i \sqrt{-\frac{\Delta\beta}{2} \left(\frac{\Delta\beta}{2} + 2\gamma P_p(0) \frac{L_{eff}}{L} \right)}. \quad (3.66)$$

Nestas circunstâncias a potência óptica do sinal sombra é proporcional, não a $\sin(\kappa z)$, mas sim a $\sinh(\kappa z)$. Como resultado de κ ser imaginário, a potência óptica do sinal sombra cresce exponencialmente [16].

O tratamento teórico apresentado nesta secção produz uma aproximação diferente daquela apresentada na secção 2.2.2, pois a potência óptica do sinal sombra apresenta-se aqui como

$$P_i(L) = (\gamma P_p(0) L_{eff})^2 P_s(0) e^{-\alpha L} \times \eta, \quad (3.67)$$

onde η representa a eficiência de geração do sinal sombra é dada por

$$\eta = \left| \frac{\sin(\kappa L)}{\kappa L} \right|^2, \quad (3.68)$$

$$\kappa^2 = \frac{\Delta\beta}{2} \left(\frac{\Delta\beta}{2} + 2\gamma P_p(0) \frac{L_{eff}}{L} \right). \quad (3.69)$$

Da análise da eficiência η verifica-se que esta é agora proporcional à contribuição não linear dada pelo termo γP_p . No entanto, na situação de acordo de fase perfeito, $\Delta\beta = 0$, as equações (2.16) e (3.67) são equivalentes e independente das frequências ω_s , ω_i e ω_p

$$P_i(L) = (\gamma P_p(0) L_{eff})^2 P_s(0) \exp\{-\alpha L\}. \quad (3.70)$$

Neste limite, a potência óptica do sinal sombra é máxima, pois a eficiência do processo de geração é máxima $\eta = 1$. Contudo, uma análise cuidada às expressões (3.68) e (3.69) mostra que a eficiência é máxima não só para a situação de acordo de fase perfeito, $\Delta\beta = 0$, mas também se a condição dada pela expressão (3.71) for obtida

$$\frac{\Delta\beta}{2} + 2\gamma P_p(0) \frac{L_{eff}}{L} = 0. \quad (3.71)$$

Esta condição é obtida se a potência óptica do sinal de bombeamento óptico for suficiente de forma a conseguir-se

$$P_p(0) = -\frac{\Delta\beta}{4\gamma} \frac{L}{L_{eff}}, \quad (3.72)$$

condição válida para $\Delta\beta < 0$ o que implica que $\lambda_p > \lambda_0$. Este resultado significa que é possível a geração eficiente do sinal sombra, $\eta = 1$, fora do zero de dispersão da fibra e com $\lambda_p \neq \lambda_s$. Nessa situação a potência óptica do sinal sombra é a mesma que a obtida quando $\Delta\beta = 0$.

3.2.3 Comparação entre os valores experimentais e os resultados teóricos

Nesta secção são comparados os resultados experimentais obtidos com os resultados teóricos apresentados nas secções 2.2.2 e 3.2. Os parâmetros experimentais relativos à fibra óptica encontram-se na secção 2.1. Na Figura 3.1 representa-se a variação da potência óptica do sinal sombra em função da potência do sinal de bombeamento para a situação específica $\lambda_p = \lambda_0$, $\Delta\beta = 0$ de acordo com a expressão (2.13). Nessa situação, as equações (2.16) e (3.67) produzem o mesmo resultado, a equação (3.70) [52].

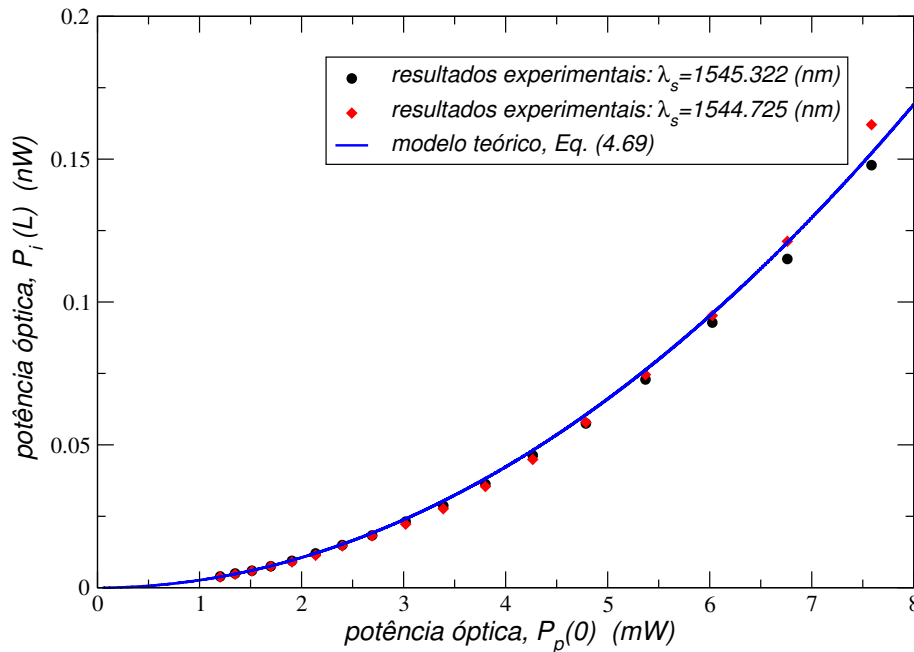


Figura 3.1: Variação da potência do sinal sombra em função da potência do sinal de bombeamento para dois valores diferentes de comprimento de onda do sinal óptico. O comprimento de onda do sinal de bombeamento óptico coincide com o comprimento de onda para o qual a GVD é nula.

Da análise da Figura 3.1 verifica-se que quando $\lambda_p = \lambda_0$ a potência óptica do sinal sombra varia quadraticamente com a potência do sinal de bombeamento em concordância com a expressão (3.70). Os resultados experimentais mostram ainda que essa variação é independente do valor escolhido para λ_s (e consequentemente para λ_i , equação (2.19)), pois na Figura 3.1 representam-se os resultados experimentais da variação de $P_i(L)$ em função de $P_p(0)$ para $\lambda_s = 1545.322$ nm e $\lambda_s = 1544.725$ nm, novamente de acordo com a equação (3.70). A potência do sinal óptico é mantida constante e com valor $P_s(0) = 1.62 \times 10^{-4}$ mW. A Fi-

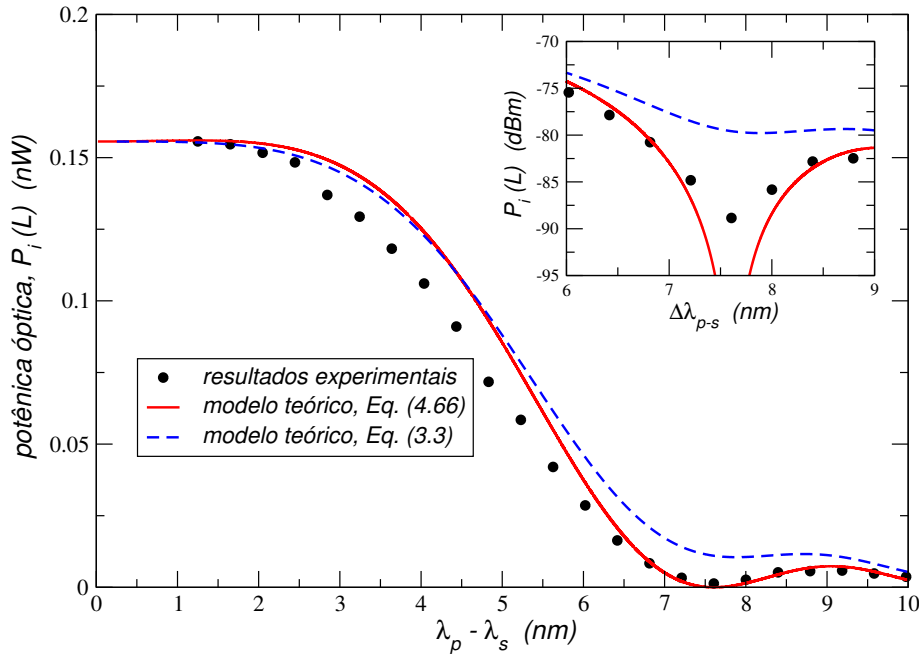


Figura 3.2: Variação da potência do sinal sombra em função da distância em comprimento de onda entre sinal de bombeamento e o sinal óptico. A comparação entre os resultados experimentais obtidos com as equações (2.16) e (3.67) mostra que o modelo teórico dado pela expressão (3.67) descreve melhor os dados experimentais.

gura 3.2 apresenta a comparação entre resultados experimentais e os resultados teóricos para a situação geral, $\lambda_p \neq \lambda_0$ [52]. Representa-se ainda a potência do sinal sombra em função da diferença em comprimento de onda entre o sinal de bombeamento e o sinal óptico. Os parâmetros experimentais utilizados foram $P_s(0) = 1.26 \times 10^{-4}$ mW, $P_p(0) = 8.71$ mW e $\lambda_p = 1547.57$ nm. Da análise da Figura 3.2 verifica-se que a descrição teórica presente na secção 3.2, e que resultou na expressão (3.67), descreve melhor os resultados experimentais do que o modelo teórico apresentado na secção 2.2.2. O comportamento analítico da equação (3.67) ajusta-se melhor aos resultados experimentais que a curva dada pela equação (2.2.2), neste limite no qual a potência do sinal de bombeamento é muito superior à potência óptica do sinal óptico, e a potência do sinal óptico é mantida muito baixa de forma

a evitar múltiplos processos de FWM. Os resultados mostram também que a contribuição não linear (dada por γP_p) presente na eficiência de geração do sinal sombra, equação (3.68), desempenha um papel importante no processo de FWM. Nesse sentido, este modelo teórico aqui apresentado pode ser utilizado para descrever o processo de FWM em fibras, no limite de baixas potências ópticas. Para terminar, apresenta-se na Figura 3.3 a geração eficiente do sinal sombra na situação $\lambda_p \neq \lambda_s \neq \lambda_0$, de acordo com as equações (3.71)-(3.72) [52].

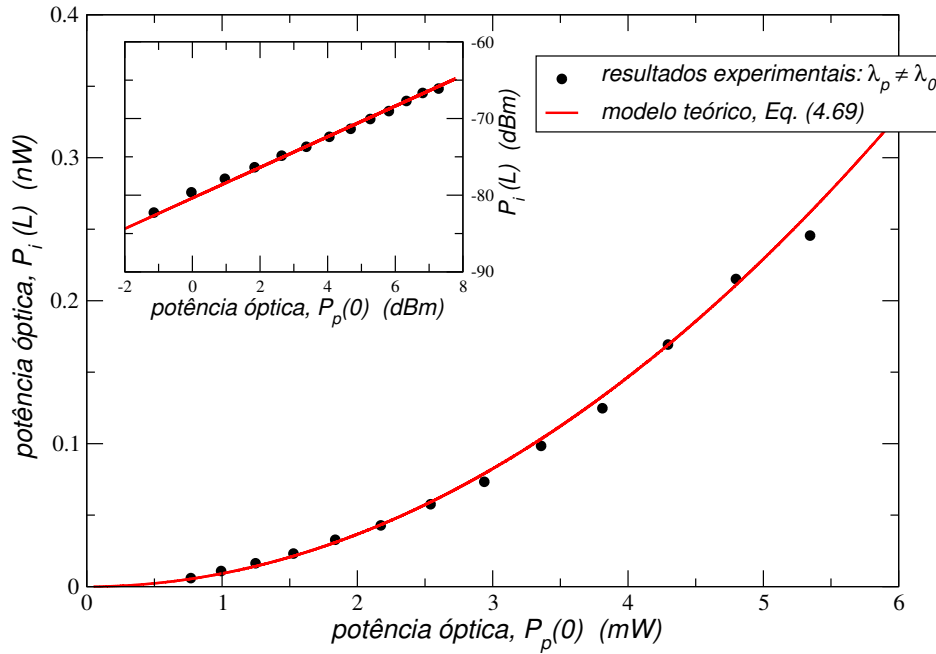


Figura 3.3: Representação da evolução da potência óptica do sinal sombra em função de $P_p(0)$, com $\lambda_p \neq \lambda_0$. O comprimento de onda do sinal óptico varia entre 1543.532 nm e 1545.92 nm e a potência $P_p(0)$ utilizada é dada pela equação (3.72). O modelo teórico representa a equação (3.70), ou seja, a situação $\lambda_p = \lambda_0$.

Na Figura 3.3 mostra-se a potência do sinal sombra gerado no processo de FWM em função da potência do sinal de bombeamento à entrada da fibra óptica. Os parâmetros experimentais utilizados foram $\lambda_p = 1547.37$ nm, $P_s(0) = 5.62 \times 10^{-4}$ mW e λ_s a variar entre 1543.532 nm e 1545.92 nm. A potência do sinal de bombeamento óptico para cada valor de λ_s é dado pela equação (3.72). O modelo teórico representa a equação (3.70), ou seja, a situação de máxima eficiência de geração do sinal sombra, $\eta = 1$. Verifica-se que é possível, experimentalmente, gerar eficientemente uma nova frequência no interior de um fibra óptica mesmo quando $\lambda_p \neq \lambda_0$, e com λ_p bastante afastado de λ_s . Nessa situação, a geração do sinal sombra comporta-se da mesma forma que a obtida quando $\Delta\beta = 0$. Este resultado experimental vem confirmar a importância da parte não linear para a eficiência de geração do sinal sombra.

3.3 Discussão dos resultados

Neste capítulo obteve-se a NLSE, equação que governa a propagação de um feixe de luz no interior de uma fibra óptica. Durante esse processo foram introduzidos conceitos importantes que caracterizam esse meio dielétrico tais como área efectiva da fibra, coeficiente não linear, polarização não linear de terceira ordem e função de resposta não linear de terceira ordem. Foi ainda descrito teoricamente o processo de mistura de quatro ondas, na ausência do espalhamento estimulado de Raman, a partir da NLSE. As equações que governam as amplitudes complexas e a potência de cada campo óptico que se propaga na fibra foram determinadas analiticamente. Os resultados teóricos obtidos foram comparados com os resultados experimentais e verificou-se que a presença da contribuição não linear na equação que governa eficiência do processo de FWM é essencial para descrever correctamente os resultados experimentais. Esse resultado é confirmado pela possibilidade de gerar eficientemente o sinal sonda fora do zero de dispersão da fibra e com o comprimento de onda do sinal óptico afastado do comprimento de onda do sinal de bombeamento óptico.

Capítulo 4

Efeitos da polarização no processo de mistura de quatro ondas

A MAIOR das simplificações efectuadas durante a análise do processo de mistura de quatro ondas (FWM) no capítulo 3 consistiu em assumir-se que o estado de polarização da luz incidente na fibra óptica preserva-se durante a propagação na fibra, equação (3.24). No entanto, essa situação não representa uma situação realista pois durante a propagação na fibra a polarização de um feixe luz varia aleatoriamente devido a flutuações na magnitude e orientação da birrefringência [2, 38, 39, 49]. Uma fibra óptica monomodo possui dois modos de polarização ortogonais. Neste capítulo pretende-se analisar a influência dos efeitos da polarização na geração do sinal sombra. Não se pretende descrever detalhadamente os efeitos da polarização no processo de FWM, mas sim demonstrar a sua influência durante a geração do sinal sombra e apresentar-se uma abordagem matemática simples contudo, capaz de descrever a influência da polarização na equação que governa a potência óptica do sinal sombra. Uma descrição matemática da evolução das amplitudes complexas envolvidas no processo de FWM na presença de efeitos da polarização pode ser encontrada nas referências [11, 40, 41, 53, 54]

4.1 Introdução

Numa fibra óptica ideal os dois modos de polarização são degenerados, ou seja, o índice de refração tem o mesmo valor em cada um dos modos de polarização. No entanto, devido à quebra de simetria do núcleo da fibra, os dois índices de refração deixam de ter o mesmo valor [2]. A birrefringência é tipicamente representada como sendo a diferença dos índices de refração dos modos de polarização ortogonais [2]. Além disso, a magnitude e a orientação da birrefringência varia aleatoriamente ao longo da fibra devido a factores intrínsecos

da própria fibra resultantes do processo de fabrico, e como tal não dependentes do tempo, tais como geometria não circular do núcleo da fibra e a uma distribuição não homogênea das tensões no interior da fibra, e a factores extrínsecos, dependentes do tempo, que estão associados às perturbações externas a que a fibra pode estar sujeita, tais como temperatura e tensões laterais [2, 49]. Esta variação aleatória da birrefringência ao longo da fibra leva a dois importantes efeitos na propagação de ondas ópticas no interior da fibra. O primeiro refere-se à variação aleatória dos estados de polarização, e o segundo refere-se à dependência na frequência por parte da birrefringência, ou seja, ondas ópticas de diferentes frequências são afectadas pela birrefringência de formas diferentes. Este fenómeno é conhecido como dispersão dos modos de polarização (PMD - *Polarization Mode Dispersion*) [2, 49]. Na presença de PMD, o sinal de bombeamento, o sinal óptico e o sinal sombra não mantêm os seus estados de polarização ao longo da fibra e a despolarização que ocorre devido à PMD depende da frequência de cada uma das ondas ópticas envolvidas no processo de FWM.

4.2 Influência dos efeitos da polarização na potência óptica do sinal sombra

A descrição teórica dos resultados experimentais elaborada no capítulo 3 aplica-se principalmente a situações em que a polarização das ondas ópticas incidentes na fibra preserva-se ao longo da propagação no interior da fibra. Contudo, pela análise do gráfico apresentado na Figura 3.2 verifica-se que apesar da equação (3.67) não conter os efeitos da variação aleatória da polarização no interior da fibra, esta descreve correctamente o modo como a potência óptica do sinal sombra varia com a distância em comprimento de onda entre o sinal de bombeamento e o sinal óptico, $\lambda_p - \lambda_s$. No entanto, uma análise detalhada aos resultados apresentados permite concluir que a curva experimental e a teórica não se ajustam perfeitamente. Essa diferença entre as duas curvas pode ser compreendida em termos de efeitos da polarização. O modelo teórico assume que todos os campos ópticos mantêm-se co-polarizados durante a propagação, independentemente do seu valor de frequência (ou comprimento de onda). O aspecto mais importante em termos de polarização no processo de geração do sinal sombra é a orientação relativa do estado de polarização do sinal óptico em relação ao estado de polarização do sinal de bombeamento [40]. Nesse sentido, verifica-se que a situação co-polarizada representa a configuração ideal pois obtém-se o máximo de potência óptica no sinal sombra e, ao invés, quando o estado de polarização do sinal óptico é ortogonal em relação ao sinal de bombeamento a potência do sinal sombra é reduzida de um factor de aproximadamente 1/9, em comparação com o esquema co-polarizado [2, 26]. Es-

tas considerações permitem concluir que o processo de FWM em fibras ópticas é fortemente dependente da polarização.

Os resultados presentes no gráfico da Figura 3.2 mostram que para $\lambda_p - \lambda_s < 2.8$ nm o sinal óptico e o sinal de bombeamento mantêm-se co-polarizados durante a propagação na fibra, pois os valores experimentais e os teóricos ajustam-se perfeitamente. Isto também significa que a birrefringência afecta de igual forma os dois sinais ópticos que se propagam no interior de uma fibra quando estes estão muito próximos em termos de comprimento de onda. No entanto, com o aumento da distância $\lambda_p - \lambda_s$, as curvas experimentais e teóricas deixam de coincidir sendo que a potência óptica do sinal sombra medida experimentalmente é inferior à prevista teoricamente na equação (3.67). Com o aumento da diferença $\lambda_p - \lambda_s$, o sinal óptico e o sinal de bombeamento deixam de permanecer co-polarizados ao longo da propagação. A dependência no valor do comprimento de onda por parte da birrefringência faz com que não exista qualquer correlação em termos de polarização entre o sinal óptico, o sinal de bombeamento e o sinal sombra que se propagam na fibra. A diferença no comportamento entre os valores experimentais e o modelo teórico, dado pela expressão (3.67), para valores de $\lambda_p - \lambda_s > 2.8$ nm pode ser resolvida com a introdução do coeficiente não linear efectivo da fibra, γ_{eff} , na equação (3.67). É no coeficiente não linear efectivo que a influência dos efeitos da polarização na potência óptica do sinal sombra são incluídos. Nesse sentido a equação que representa a potência óptica do sinal sombra é escrita como sendo [52]

$$P_i(L) = (\gamma_{eff} P_p(0) L_{eff})^2 P_s(0) e^{-\alpha L} \times \eta, \quad (4.1)$$

onde a eficiência η é agora escrita como

$$\eta = \left| \frac{\sin(\kappa L)}{\kappa L} \right|^2, \quad (4.2)$$

com

$$\kappa^2 = \frac{\Delta\beta}{2} \left(\frac{\Delta\beta}{2} + 2\gamma_{eff} P_p(0) \frac{L_{eff}}{L} \right). \quad (4.3)$$

O coeficiente não linear efectivo reduz-se ao coeficiente não linear quando o sinal óptico e o sinal de bombeamento propagam-se co-polarizados [52]. Na Figura 4.1 representam-se os resultados obtidos por ajuste da equação (4.1) aos resultados experimentais apresentados na Figura 3.2, em que o parâmetro de ajuste utilizado foi o coeficiente não linear efectivo.

Da análise da Figura 4.1 verifica-se que o coeficiente não linear efectivo não varia significativamente para distâncias em comprimento de onda entre $\lambda_p - \lambda_s < 2.8$ nm. Nessa região de comprimentos de onda $\gamma_{eff} \approx \gamma$. Com o aumento da separação entre o sinal de bombeamento e o sinal óptico o coeficiente não linear efectivo decresce significativamente até

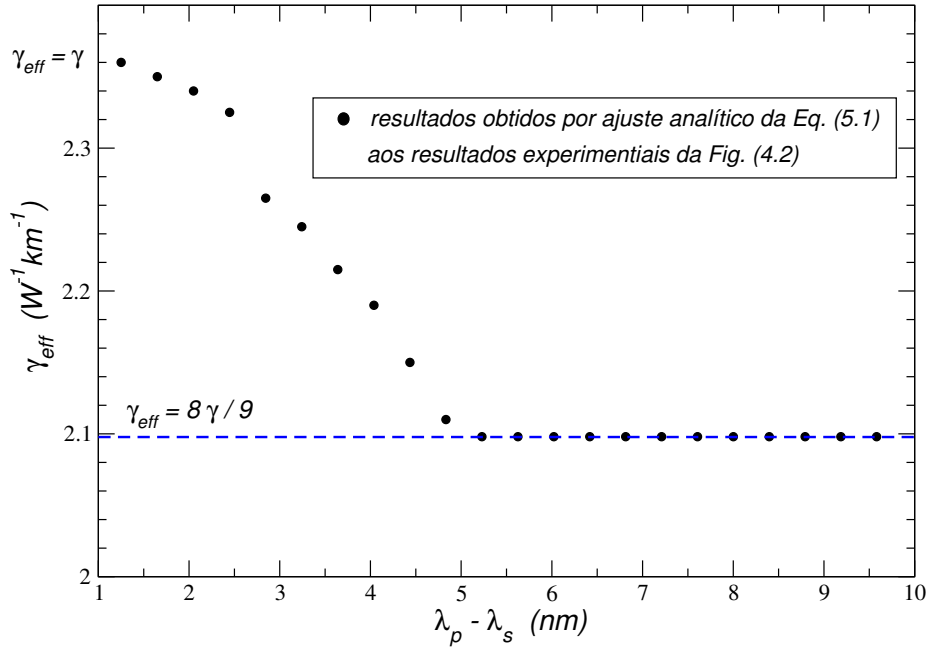


Figura 4.1: Variação do coeficiente não linear efectivo com a separação em comprimento de onda entre sinal de bombeamento e o sinal óptico. A variação é obtida pelo ajuste da equação (4.1) aos resultados experimentais presentes na Figura 3.2. O coeficiente não linear efectivo, γ_{eff} , é o parâmetro de ajuste.

$\lambda_p - \lambda_s \approx 5$ nm. Após os 5 nm, γ_{eff} apresenta-se constante com valor $\gamma_{eff} = 8\gamma/9$ [52]. Este valor para o coeficiente não linear efectivo encontra-se de acordo com previsões teóricas para processos dependentes da polarização [11, 40, 41, 55–57]. A partir do modelo desenvolvido em 1986 por *Poole e Wagner*, foi possível definir uma largura de banda na qual o vector da PMD permanece razoavelmente constante [32, 58]. *Poole e Wagner* verificaram que é possível encontrar dois estados de polarização ortogonais no início da fibra para os quais à saída da fibra o estado de polarização é independente da frequência. A esses estados designaram-se por estados principais de polarização (PSP - *Principal States of Polarization*) [32, 58]. Isto significa que para pequenos desvios na frequência os estados de polarização à entrada da fibra permanecem aproximadamente constante durante a propagação na fibra, ou seja, se lançarmos numa fibra dois sinais ópticos co-polarizados com frequências muito próximas entre si, no fim da fibra os sinais ópticos apresentam-se ainda co-polarizados. Isto sucede mesmo tendo em consideração o facto da birrefringência depender da frequência e considerando também que a birrefringência induz uma variação aleatória dos estados de polarização. A largura de banda dos PSP é dada por [32, 59]

$$\Delta\omega_{PSP} = \frac{\pi}{4 \langle \Delta\tau \rangle}, \quad (4.4)$$

onde $\langle \Delta\tau \rangle$ representa o valor médio do DGD, representado na Figura 2.4, com valor para a fibra óptica utilizada de $\langle \Delta\tau \rangle = 0.362$ ps. Com esse valor obtém-se $\Delta\omega_{PSP} = 2.17$ GHz, ou em termos de comprimento de onda $\Delta\lambda_{PSP} = 2.75$ nm. Isto significa que para separações entre sinal de bombeamento e sinal óptico até 2.75 nm, estes permanecem co-polarizados, quando enviados para a fibra co-polarizados. Seguindo a Figura 2.5 o sinal sombra é gerado também co-polarizado com o sinal de bombeamento e sinal óptico e dessa forma é descrito pela equação (3.67). Este valor de $\Delta\lambda_{PSP} = 2.75$ nm está em completa concordância com o valor indicado anteriormente $\lambda_p - \lambda_s < 2.8$ nm.

Na Figura 4.2 representa-se a variação da potência óptica do sinal sombra dada pela equação (4.1) para $\gamma_{eff} = \gamma$ e $\gamma_{eff} = 8\gamma/9$ [52].

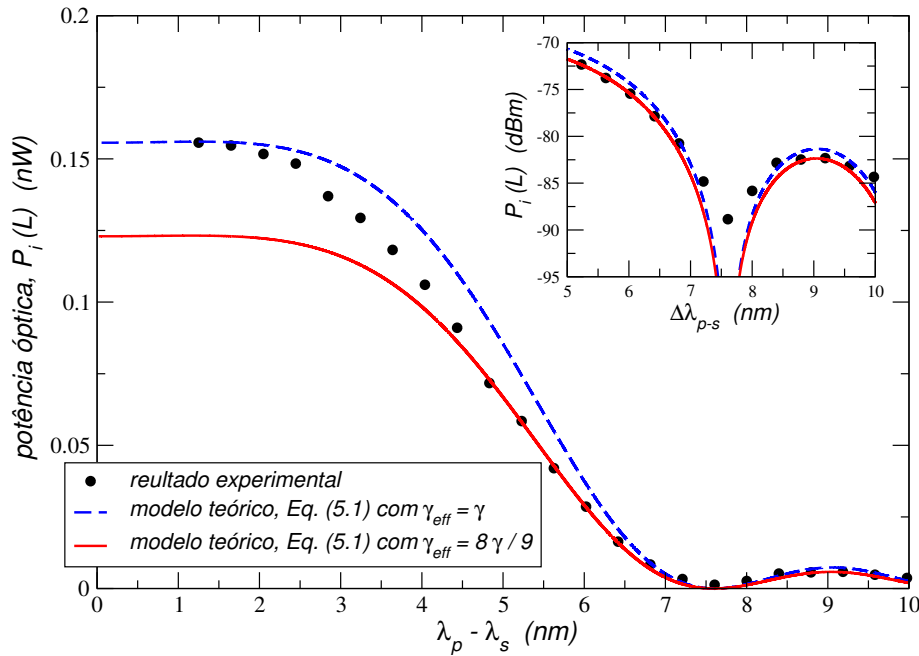


Figura 4.2: Representação da potência óptica do sinal sombra em função da separação $\lambda_p - \lambda_s$. O modelo teórico é dado pela equação (4.1) para dois valores do coeficiente não linear efectivo: $\gamma_{eff} = \gamma$ e $\gamma_{eff} = 8\gamma/9$.

Da análise da Figura 4.2 verifica-se que a curva com $\gamma_{eff} = \gamma$ ajusta-se melhor aos resultados experimentais para $\lambda_p - \lambda_s < 2.8$ nm, como já referido, e que a curva que representa o modelo teórico dado pela equação (4.1) com $\gamma_{eff} = 8\gamma/9$ ajusta-se correctamente aos dados experimentais para separações em comprimento de onda entre λ_p e λ_s superiores a 5 nm. O factor de 8/9 que se encontra multiplicado pelo coeficiente não linear da fibra surge da variação rápida dos estados de polarização no interior da fibra [60]. Quando essa redução surge não existe qualquer correlação entre os estados de polarização dos vários campos ópticos que se propagam na fibra. A diminuição do coeficiente não linear efectivo para o

valor de $\gamma_{eff} = 8\gamma/9$, significa que a potência óptica do sinal sombra foi reduzida de cerca de $20\log_{10}(9/8) \approx 1$ dB [40]. A birrefringência presente na fibra reduz a potência óptica do sinal sombra [40]. Para descrever-se essa redução é necessário encontrar uma expressão analítica para a variação do coeficiente não linear efectivo com a separação entre o comprimento de onda do sinal de bombeamento e o sinal óptico. Contudo, a região espectral situada entre $2.8 < \lambda_p - \lambda_s < 5$ nm é bastante difícil de descrever. Na Figura 4.3 representa-se a variação de γ_{eff} em função de $\lambda_p - \lambda_s$ [52].

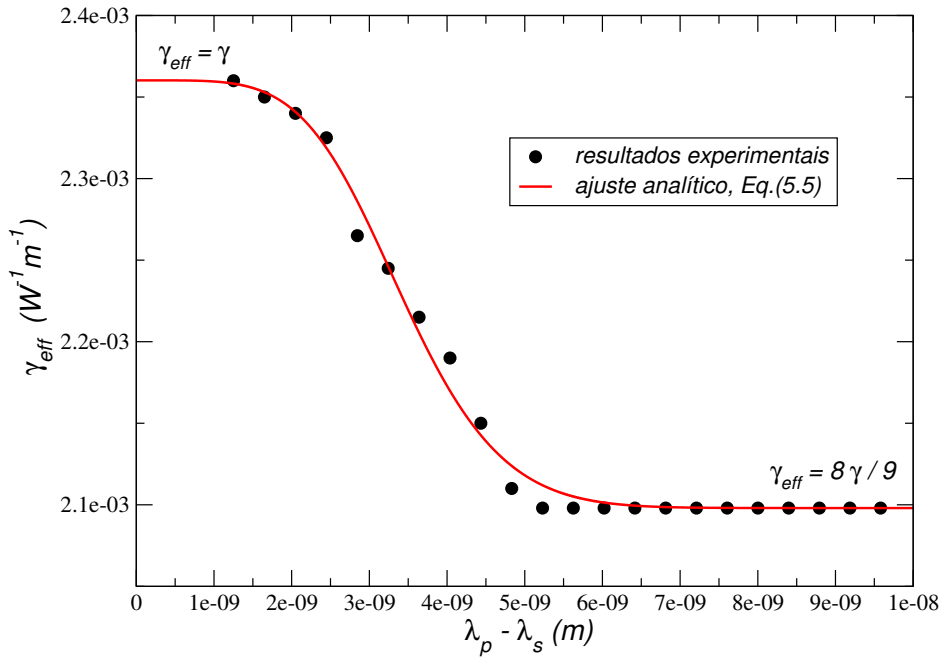


Figura 4.3: Ajuste analítico do coeficiente não linear efectivo aos resultados experimentais. Da análise efectuada à variação de γ_{eff} em função de $\lambda_p - \lambda_s$, verificou-se que a descrição de γ_{eff} dada por uma função do tipo secante hiperbólica, equação (4.5), representa correctamente essa variação. Na figura $\gamma = 2.36 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$.

Na Figura 4.3 o ajuste analítico utilizado é dado por uma função do tipo secante hiperbólica

$$\gamma_{eff}(\Delta\lambda) = \frac{8\gamma}{9} + \frac{\gamma}{9} \text{sech} \left(\frac{(\Delta\lambda)^{A_0}}{T_0} \right), \quad (4.5)$$

onde A_0 e T_0 representam os parâmetros experimentais do ajuste. Na situação representada na Figura 4.3 o parâmetro experimental A_0 tem como valor $A_0 = 2.36$. O parâmetro T_0 é também determinado por ajuste aos pontos experimentais e tem como valor $T_0 = 7.811 \times 10^{-21}$ [52]. Da análise da Figura 4.3 verifica-se que a expressão analítica proposta para a variação do coeficiente não linear efectivo, equação (4.5), reproduz de forma correcta essa variação para distâncias inferiores a 2.8 nm e para separações superiores a 5 nm. A região de transição, $2.8 < \lambda_p - \lambda_s < 5$ nm, representa a região de menor coincidência entre os pontos

experimentais e a curva teórica, pois o declive da curva teórica é menos acentuada do que o declive apresentado pelos dados experimentais [52].

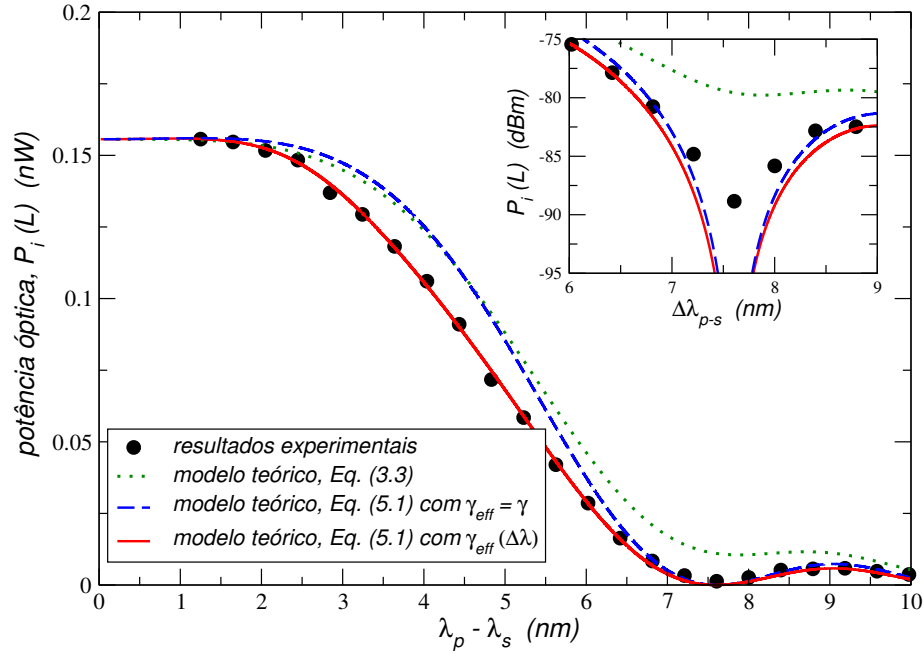


Figura 4.4: Representação da variação da potência óptica do sinal sombra em função da separação $\lambda_p - \lambda_s$. A comparação entre os vários modelos teóricos apresentados na dissertação e os dados experimentais permite concluir que a introdução do coeficiente não linear efectivo, expressão (4.5), na equação da potência óptica do sinal sombra, expressão (4.1), reproduz correctamente os resultados experimentais.

Na Figura 4.4 representa-se a variação da potência do sinal sombra em função da separação em comprimento de onda entre o sinal de bombeamento e o sinal óptico. Nessa figura é feita a comparação entre os vários modelos teóricos apresentados nesta dissertação com os resultados experimentais. Da análise dos resultados apresentados na Figura 4.4 verifica-se um acordo perfeito entre os valores experimentais e o modelo teórico proposto, dado pelas equações (4.1) e (4.5). Estes resultados vêm mostrar que uma descrição completa do processo de geração do sinal sombra em fibras ópticas deve considerar os efeitos da polarização. O modelo aqui proposto descreve correctamente esses efeitos que ocorrem no interior da fibra.

4.3 Discussão dos resultados

Neste capítulo analisou-se a influência dos efeitos da polarização na potência óptica do sinal sombra. Verificou-se que a variação aleatória dos estados de polarização ao longo da fibra óptica reduz o valor da potência do sinal sombra, quando essa potência é comparada com a

situação de propagação co-polarizada. Descreveu-se essa diminuição de potência através da variação do coeficiente não linear efectivo da fibra com a separação entre o sinal de bombeamento e o sinal óptico. A variação desse coeficiente foi representada analiticamente através de uma função do tipo secante hiperbólica. A análise efectuada permitiu verificar que existe uma largura de banda dentro da qual os estados de polarização à saída da fibra são independentes da frequência, pois nessa região é possível obter um máximo de potência óptica no sinal sombra. Tal situação só acontece se o sinal óptico e o sinal sombra propagarem-se co-polarizados no interior da fibra. Foi também possível verificar que a introdução dos efeitos da polarização, através do modelo aqui apresentado, permite descrever de forma precisa a potência óptica do sinal sombra em função do espaçamento em comprimento de onda entre o sinal de bombeamento óptico e o sinal óptico.

A referir ainda que a descrição dos efeitos da polarização segundo o modelo aqui apresentado necessita ainda de ser confirmado para outro tipo de fibras ópticas, de forma a ser considerado um modelo geral.

Capítulo 5

Conclusões e trabalho futuro

Ao longo dos capítulos anteriores analisou-se o processo de mistura de quatro ondas em fibras ópticas, num limite de baixas potências. Esse processo não linear foi analisado teórica e experimentalmente. Os vários resultados teóricos apresentados na dissertação foram sempre confrontados com os resultados experimentais.

No capítulo 2 descreveu-se o esquema experimental utilizado no laboratório para medir a potência do sinal sombra em função do espaçamento em comprimento de onda entre o sinal de bombeamento e o sinal óptico e em função da potência do sinal de bombeamento. Foi também caracterizada a fibra óptica tendo sido obtidos experimentalmente os valores $\alpha = 0.2$ dB/km, $\lambda_0 = 1547.34$ nm e $\langle \Delta\tau \rangle = 0.362$ ps para a atenuação, comprimento de onda do zero de dispersão e atraso de grupo médio respectivamente. Os resultados da caracterização da fibra óptica permitiram comparar os resultados experimentais relativos ao processo de FWM com os resultados teóricos. Foi ainda apresentado o modelo teórico proposto por *K. O. Hill* em 1978 e mais tarde reformulado por *Nori Shibata*. A comparação entre os valores experimentais e teóricos demonstraram que, para separações em comprimento de onda entre o sinal de bombeamento óptico e o sinal óptico superiores a 2.8 nm, o modelo teórico não se ajustava adequadamente aos resultados experimentais, no limite de baixas potências ópticas. Verificou-se também que o acordo de fase em fibras ópticas representa um contributo muito importante para a eficiência desse processo. Concluiu-se que o acordo de fase perfeito era alcançado quando o comprimento de onda do sinal de bombeamento óptico coincidia com o zero de dispersão da fibra, ou quando se encontrava muito próximo do comprimento de onda do sinal óptico.

No capítulo 3, a partir da equação de onda para um meio não linear, obteve-se a equação não linear de Schrödinger, que governa os efeitos não lineares numa fibra óptica. Sem considerar-se o espalhamento estimulado de Raman e a birrefringência, essa equação foi resolvida para

o processo de FWM, obtendo-se assim as amplitudes complexas de cada campo óptico que se propaga na fibra e as suas potências. Verificou-se que, tal como seria esperado, apesar de no início da fibra não existir o sinal sombra esse gera-se no interior da fibra durante a propagação do sinal de bombeamento e do sinal óptico. O resultado obtido difere daquele apresentado no capítulo 2.2, pois agora a eficiência do processo de geração do sinal sombra é proporcional à contribuição não linear γP_p . A comparação entre os resultados teóricos e os valores experimentais indica que a presença da contribuição não linear na eficiência do processo de geração do sinal sombra é essencial para uma correcta descrição teórica dos resultados experimentais. Essa contribuição é confirmada com a validação experimental dos resultados teóricos que previam a possibilidade de gerar eficientemente o sinal sombra mesmo quando o sinal de bombeamento difere quer do comprimento de onda do zero de dispersão da fibra quer do valor do comprimento de onda do sinal óptico.

No capítulo 4, analisou-se a influência da variação aleatória da polarização no interior da fibra na potência óptica do sinal sombra. Verificou-se que para espaçamentos em comprimento de onda entre o sinal de bombeamento e sinal óptico inferiores a 2.8 nm, ambos os sinais ópticos propagam-se co-polarizados e dessa forma a potência do sinal sombra é máxima. O valor de 2.8 nm foi confirmado pelo modelo dos estados principais de polarização. Se a distância entre o sinal de bombeamento e o sinal óptico for superior a 5 nm a potência medida experimentalmente do sinal sombra é cerca de 1 dB inferior à prevista na descrição teórica apresentada no capítulo 3. Nessa situação, a polarização de cada sinal óptico varia aleatoriamente ao longo da propagação e não existe nenhuma correlação entre os estados de polarização de cada sinal que se propaga na fibra. Essa diminuição encontra-se de acordo com os vários resultados presentes na literatura para processos dependentes da polarização. A redução da potência óptica no modelo apresentado é introduzida na equação da potência do sinal sombra através do coeficiente não linear efectivo da fibra. Na análise efectuada, concluiu-se que esse coeficiente pode ser descrito analiticamente por uma função do tipo secante hiperbólica. A comparação entre os resultados teóricos e os experimentais mostraram que a inclusão dos efeitos da polarização no coeficiente não linear efectivo permitiu um ajuste correcto da curva teórica aos dados experimentais.

Com a introdução da contribuição não linear e dos efeitos da polarização foi possível descrever correctamente a variação da potência óptica do sinal sombra com a separação em comprimento de onda entre o sinal de bombeamento óptico e o sinal óptico, num regime de baixas potências ópticas.

5.1 Futuros aspectos a analisar

No seguimento do estudo ao processo de FWM em fibras ópticas presente nesta dissertação, deixam-se algumas ideias importantes que no futuro serão susceptíveis de serem analisadas:

- Estudo da geração de pares de fótons entrelaçados através do processo de FWM espontâneo em fibras ópticas;
- Análise da influência do espalhamento espontâneo de Raman na geração de pares de fótons entrelaçados;
- Estudo numérico e experimental da geração de vários sinais sombra em múltiplos processos de FWM na propagação de um sinal de bombeamento e um sinal óptico no interior de uma fibra óptica.

Bibliografia

- [1] Polina Bayvel and Robert Killey. Nonlinear optical effects in WDM transmission. In Ivan Kaminow and Tingye Li, editors, *Optical Fiber Telecommunications IV B*, chapter 13. Academic Press, San Diego, USA, 2002.
- [2] Govind P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, San Diego, California, USA, third edition, 2001.
- [3] Robert W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press, San Diego, USA, second edition, 2003.
- [4] Ivan Kaminow and Tingye Li. *Optical Fiber Telecommunications IV A, B*. Academic Press, San Diego, USA, first edition, 2002.
- [5] Govind P. Agrawal. *Applications of Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, San Diego, 2001.
- [6] Bishnu P. Pal. *Guided Wave Optical Components and Devices*, chapter Fiber-Optic Parametric Amplifiers for Lightwave Systems. Academic Press, San Diego, 2005.
- [7] Roger H. Stolen and John E. Bjorkholm. Parametric amplification and frequency conversion in optical fibers. *IEEE J. Quantum Electron.*, 18(7):1062–1072, 1982.
- [8] Jonas Hanstyd, Peter A. Andrekson, Mathias Westlund, Jie Li, and Per-Olof Hedekvist. Fiber-based optical parametric amplifiers and their applications. *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, 8(3):506–520, 2002.
- [9] Kyo Inoue and Hiromu Toba. Wavelength conversion experiment using fiber four-wave mixing. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 4(1):69–72, 1992.
- [10] Kyo Inoue. Tunable and selective wavelength conversion using fiber four-wave mixing with two pump lights. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 6(12):1451–1453, 1994.
- [11] Qiang Lin and Govind P. Agrawal. Effects of polarization-mode dispersion on fiber-based parametric amplification and wavelength conversion. *Optics Letters*, 29(10):1114–1116, 2004.
- [12] P. Antunes, P. S. André, and A. N. Pinto. Single-photon source by means of four-wave mixing inside a dispersion-shifted optical fiber. In *FIO'06 - Frontiers in Optics*, USA, October 2006.

-
- [13] Marco Fiorentino, Paul L. Voss, Jay E. Sharping, and Prem Kumar. All-fiber photon-pair source for quantum communications. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 14(7):983–985, 2002.
- [14] Jay E. Sharping, Marco Fiorentino, and Prem Kumar. Observation of twin-beam-type quantum correlation in optical fiber. *Optics Letters*, 26(6):367–369, 2001.
- [15] Xiaoying Li, Jun Chen, Paul Voss, Jay Sharping, and Prem Kumar. All-fiber photon-pair source for quantum communications: Improved generation of correlated photons. *Optics Express*, 12(16):3737–3744, 2004.
- [16] L. J. Wang, C. K. Hong, and S. R. Friberg. Generation of correlated photons via four-wave mixing in optical fibres. *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, 3:346–352, 2001.
- [17] Kyo Inoue. Four-wave mixing in an optical fiber in the zero-dispersion wavelength region. *J. Lightw. Technol.*, 10(11):1553–1561, 1992.
- [18] K. Washio, K. Inoue, and S. Kishida. Efficient large-frequency-shifted three-wave mixing in low dispersion wavelength region in single-mode optical fiber. *Electronic Letters*, 16(17):658–660, 1980.
- [19] Chinlon Lin, W. A. Reed, A. D. Pearson, and H. T. Shang. Phase matching in the minimum-chromatic-dispersion region of single-mode fibers for stimulated four-photon mixing. *Optics Letters*, 6(10):493–495, 1981.
- [20] Chinlon Lin, W. A. Reed, A. D. Pearson, Hen-Tai Shang, and P. F. Glodis. Designing single-mode fibres for near-ir(1.1-1.7 μ m) frequency generation by phase-matched four-photon mixing in the minimum chromatic dispersion region. *Electronics Letters*, 18(2):87–89, 1982.
- [21] S. J. Jung, J. Y. Lee, and D. Y. Kim. Novel phase-matching condition for a four wave mixing experiment in an optical fiber. *Optics Express*, 14(1):35–43, 2005.
- [22] W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, and N. Gisin. Quantum cryptography using entangled photons in energy-time Bell states. *Physical Review Letters*, 84(20):4737–4740, 2000.
- [23] Thomas Jennewein, Christoph Simon, Gregor Weihs, Harald Weinfurter, and Anton Zeilinger. Quantum cryptography with entangled photons. *Physical Review Letters*, 84(20):4729–4732, 2000.
- [24] Hiroki Takesue and Kyo Inoue. Generation of polarization-entangled photon pairs and violation of Bell’s inequality using spontaneous four-wave mixing in a fiber loop. *Physical Review A*, 70:031802, 2004.
- [25] Hiroki Takesue and Kyo Inoue. Generation of 1.5- μ m band time-bin entanglement using spontaneous fiber four-wave mixing and planar light-wave circuit interferometers. *Physical Review A*, 72:041804, 2005.
- [26] Q. Lin, F. Yaman, and Govind P. Agrawal. Photon-pair generation in optical fibers through four-wave mixing: Role of Raman scattering and pump polarization. *Physical Review A*, 75:023803, 2007.

-
- [27] K. O. Hill, D. C. Johnson, B. S. Kawasaki, and R. I. MacDonald. cw three-wave mixing in single-mode optical fibers. *J. Appl. Phys.*, 49(10):5098–5106, 1978.
- [28] Nori Shibata, Ralf P. Braun, and Robert G. Waarts. Phase-mismatch dependence of efficiency of wave generation through four-wave mixing in a single-mode optical fiber. *IEEE J. Quantum Electron.*, 23(7):1205–1210, 1987.
- [29] John R. Thompson and Rajarshi Roy. Multiple four-wave mixing process in an optical fiber. *Optics Letters*, 16(8):557–559, 1991.
- [30] Xueming Liu, Xiaoqun Zhou, and Chao Lu. Multiple four-wave mixing self-stability in optical fibers. *Physical Review A*, 72:013811, 2005.
- [31] John R. Thompson and Rajarshi Roy. Nonlinear dynamics of multiple four-wave mixing processes in a single-mode fiber. *Physical Review A*, 43(9):4987–4996, 1991.
- [32] Herwig Kogelnik and Robert M. Jopson. Polarization-mode dispersion. In Ivan Kaminow and Tingye Li, editors, *Optical Fiber Telecommunications IV B*, chapter 15. Academic Press, San Diego, USA, 2002.
- [33] Mingguo Liu, Chong Hu, Xiaogang Bai, Xiangyi Guo, Joe C. Campbell, Zhong Pan, and M. M. Tashima. High-performance InGaAs/InP single-photon avalanche photodiode. *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, 13:887–894, 2007.
- [34] Alexei Trifonov, Darius Subacius, Audrius Berzanskis, and Anton Zavriyev. Single photon counting at telecom wavelength and quantum key distribution. *Journal of Modern Optics*, 51(9-10):1399–1415, 2004.
- [35] Grégoire Ribordy, Nicolas Gisin, Oliver Guinnard, Damien Stucki, Mark Wegmüller, and Hugo Zbinden. Photon counting at telecom wavelengths with commercial InGaAs/InP avalanche photodiodes: current performance. *Journal of Modern Optics*, 51(9-10):1381–1398, 2004.
- [36] R. H. Stolen, J. E. Bjorkholm, and A. Ashkin. Phase-matched three-wave mixing in silica fiber optical waveguides. *Applied Physics Letters*, 24(7):308–310, 1974.
- [37] Govind P. Agrawal. *Fiber-Optic Communication Systems*. Wiley-Interscience, New York, USA, third edition, 2002.
- [38] J. P. Gordon and H. Kogelnik. PMD fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers. *PNAS*, 97(9):4541–4550, 2000.
- [39] P. K. Wai and C. R. Menyuk. Polarization mode dispersion, decorrelation, and diffusion in optical fibers with randomly varying birefringence. *J. Lightw. Technol.*, 14(2):148–157, 1996.
- [40] Q. Lin and Govind P. Agrawal. Impact of polarization-mode dispersion on measurement of zero-dispersion wavelength through four-wave mixing. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 15(12):1719–1721, 2003.

-
- [41] Qiang Lin and Govind P. Agrawal. Vector theory of four-wave mixing: polarization effects in fiber-optic parametric amplifiers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 21(6):1216–1224, 2004.
- [42] Michael Scalora, Maxim S. Syrchin, Neset Akozbek, Evgeni Y. Poliakov, Giuseppe D’Aguanno, Nadia Mattiucci, Mark J. Bloemer, and Aleksei M. Zheltikov. Generalized nonlinear Schrödinger equation for dispersive susceptibility and permeability: Application to negative index materials. *Physical Review Letters*, 95:013902, 2005.
- [43] Robert Hellwarth, Joel Cherlow, and Tien-Tsai Yang. Origin and frequency dependence of nonlinear optical susceptibilities of glasses. *Physical Review B*, 11(2):964–967, 1975.
- [44] R. W. Hellwarth. Third-order optical susceptibilities of liquids and solids. *Prog. Quant. Electron.*, 5:1–68, 1977.
- [45] Adelbert Owyong, R. W. Hellwarth, and Nicholas George. Intensity-induced changes in optical polarizations in glasses. *Physical Review B*, 5(2):628–633, 1972.
- [46] Qiang Lin. *Polarization and Fiber Nonlinearities*. PhD thesis, The Institute of Optics, The College School of Engineering and Applied Sciences - University of Rochester, Rochester, New York, 2006.
- [47] P. V. Mamyshev and S. V. Chernikov. Ultrashort-pulse propagation in optical fibers. *Optics Letters*, 15(19):1076–1078, 1990.
- [48] Clifford Headley III and Govind P. Agrawal. Unified description of ultrafast stimulated Raman scattering in optical fibers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 13(10):2170–2177, 1996.
- [49] Govind P. Agrawal. *Lightwave Technology: Telecommunication Systems*. Wiley-Interscience, New Jersey, USA, first edition, 2005.
- [50] William E. Boyce and Richard C. DiPrima. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. Wiley, New York, USA, seventh edition, 2001.
- [51] Kazuro Kikuchi and Chaloeiphon Lorattanasane. Design of highly efficient four-wave mixing devices using optical fibers. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 6(8):992–994, 1994.
- [52] Nuno A. Silva, Nelson J. Muga, and Armando N. Pinto. Four-wave mixing in optical fibers in a low power regime. Submitted to: Journal of IEEE Journal of Quantum Electronics, 2008.
- [53] C. J. McKinstrie, H. Kogelnik, R. M Jopson, S. Radic, and A. V. Kanaev. Four-wave mixing in fibers with random birefringence. *Optics Express*, 12(10):2033–2055, 2004.
- [54] C. J. McKinstrie, A. V. Kanaev, and H. Kogelnik. Nonlinear dynamics associated with a model of vector four-wave mixing. *Optics Express*, 13(5):1580–1597, 2005.
- [55] S. Manakov. On the theory of two-dimensional stationary self-focusing of electromagnetic waves. *Soviet Physics - JETP*, 38(2):248–253, 1974.
- [56] P. K. A. Wai, C. R. Menyuk, and H. H. Chen. Stability of solitons in randomly varying birefringent fibers. *Optics Letters*, 16(16):1231–1233, 1991.

- [57] Stephen G. Evangelides Jr., Linn F. Mollenauer, James P. Gordon, and Neal S. Bergano. Polarization multiplexing with solitons. *J. Lightw. Technol.*, 10(1):28–35, 1992.
- [58] C. D. Poole and R. E. Wagner. Phenomenological approach to polarisation dispersion in long single-mode fibres. *Electronics Letters*, 22(19):1029–1030, 1986.
- [59] R. M. Jopson, L. E. Nelson, and H. Kogelnik. Measurement of second-order polarization-mode dispersion vectors in optical fibers. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 11(9):1153–1155, 1999.
- [60] Fatih Yaman. *Fiber-Optic Parametric Amplifiers: Their Advantages and Limitations*. PhD thesis, The Institute of Optics, The College School of Engineering and Applied Sciences - University of Rochester, Rochester, New York, 2006.